

Name: _____



Mathematik-Dossier

4 – Rund ums Geld

(angepasst an das Lehrmittel Mathematik 3)

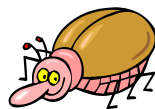
Inhalt:

- Jahreszinsberechnung
- Verrechnungssteuer
- Marchzinsberechnung
- Sparpläne (Marchzins-Anwendung)
- Zinseszins
- Wertpapiere (Aktien, Obligationen)
- Kreditberechnungen (Konsumkredite)
- Leasing

Verwendung:

Dieses Dossier dient der Repetition und Festigung innerhalb der obgenannten Themen. Es beinhaltet einen kurzen Theorie-Teil, sowie verschiedene Übungen mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden.

einfache Aufgaben sind mit einem



gekennzeichnet

schwierigere Aufgaben sind mit einem



gekennzeichnet.

Die Aufgaben müssen in der Freizeit (oder in der Hausaufgabenstunde) gelöst werden. Sie können jederzeit zur Kontrolle abgegeben werden, die Lösungen können aber auch selbständig verglichen werden.

Wichtig: Die Aufgaben erfordern ein konzentriertes Vorgehen. Es ist daher sinnvoll, mindestens während 15 Minuten am Stück daran zu arbeiten, mit Vorteil bearbeitest du ein ganzes Kapitel aufs Mal.

1. Zinsrechnen

Zinsrechnen kommt hier nicht zum ersten Mal vor. Bereits im Thema „Prozentrechnen“ haben wir uns ganz kurz mit Zinsrechnungen (Jahreszins) beschäftigt. Im Bereich des kaufmännischen Rechnens – also auch für den Grossteil aller Berufslehren – spielt Zinsrechnen eine wichtige Rolle. Schlussendlich ist jeder Mensch früher oder später mit Zinsberechnungen konfrontiert (Bankzinsen, Hypothekarzinsen, Kredite, Leasing).

1.1 Definition und Begriffe

Im Bereich der Zinsrechnung kommen verschiedene Begriffe vor, die wir kennen müssen. Es besteht ein enger Zusammenhang zur Prozentrechnung:

Kapital k	(z.B. CHF)	→ Zur Verfügung stehendes Geld
Zinssatz p	(%)	→ % vom Kapital → k ist dabei immer 100% (Grundwert)
Zinsoperator f		→ das ist der Zinssatz als Dezimalzahl ($f = \frac{p}{100}$)
Jahreszins z	(z.B. CHF)	→ Zins für ein Jahr (ist als Bruttozins zu verstehen)
Saldo		→ Aktueller Kontostand nach allen Veränderungen (in der Schweiz auf im Normalfall 5 Rappen gerundet.)

Besonders wichtig für die Zinsrechnung ist das sogenannte „Bankjahr“ oder „kaufmännische Jahr“. In allen Branchen (Versicherung, Banken, etc.) wird ein Jahr mit 360 Tagen gerechnet (das sind 12 Monate à 30 Tage). Dies ist eine Vereinfachung und verhindert die zahlreichen Unklarheiten wegen Monatslängen, Schaltjahren und anderen Unregelmässigkeiten.

Das Jahr (Bankjahr) wird mit 360 Tagen gerechnet (12 Monate à genau 30 Tage)

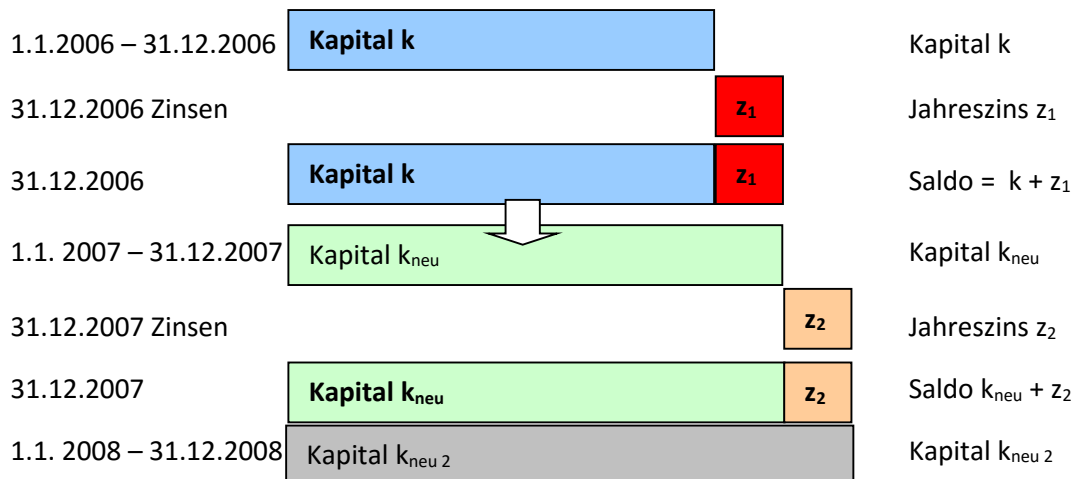
1.2 Vorkommen von Zinsen

Zinsen kommen – wie oben angetönt – in vielen Lebensbereichen vor. So kann sich wohl kaum ein Mensch unserer Zeit der Auseinandersetzung mit dem Zins entziehen. Zinsen sind allgegenwärtig im Umgang mit:

- Bank, Post (Konto)
- Miete
- Kredite
- Steuern

1.3 Das Prinzip des Jahreszins

Der Jahreszins entspricht dem Zins für ein Jahr. Das bedeutet, dass die Bank ihrem Kunden einen gewissen Prozentsatz des Kapitals ausbezahlt und „für das zur Verfügung stellen von Kapital“ eine Art „Entschädigung“ entrichtet. Vereinfacht heisst das, dass die Bank zum Kapital, das während eines Jahres auf dem Bankkonto gelegen hat, um den Jahreszins vergrössert. Die Summe von Kapital und Jahreszins wird zum Saldo (Kontostand nach Veränderung ausgewiesen). Per Anfang des nächsten Jahres ist das Kapital damit vergrössert worden. Schematisch dargestellt:



Der Jahreszins wird per Ende Jahr auf das Kapital geschlagen (= also zum Kapital addiert) (→ Saldo) und gehört damit für das kommende Jahr zum „neuen“ Kapital.

1.4 Die Verrechnungssteuer

Der Jahreszins wird als Bruttozins berechnet. Von diesem Bruttozins wird die sogenannte „Verrechnungssteuer“ (VST) abgezogen. Die Verrechnungssteuer beträgt immer genau 35% vom Bruttozins. Die Verrechnungssteuer wird vom Bund erhoben und ist hauptsächlich zum Schutz vor Steuerhinterziehung gedacht. Gibt man die Verrechnungssteuerabzüge nämlich in der Steuererklärung an, erhält man sie zurück.

Wird die Verrechnungssteuer vom Bruttozins abgezogen, bleibt der Nettozins übrig. Der Nettozins beträgt also genau 65% des Bruttozinses.

Bei allen Konten gilt die Verrechnungssteuer erst ab Zinserträgen über CHF 200.—. Auf Lottogewinnen wird die Verrechnungssteuer ab CHF 50.—erhoben.

Der Nettozins beträgt 65% vom Bruttozins, die Verrechnungssteuer beträgt 35% vom Bruttozins (Ausnahme: Alle Bankkonti mit Zinserträgen unter CHF 200.--)

Im Beispiel funktioniert das so:

Ein Kunde erhält einen Brutto-Jahreszins von CHF 300.—. Die Bank zahlt dem Kunden jetzt CHF 195.—aus (Nettozins). Die Verrechnungssteuer von CHF 105.—bezahlt sie dem Bund. Der Kunde kann dann mit der Steuererklärung die Verrechnungssteuer zurückfordern. Sie wird dann von der Steuerrechnung subtrahiert. Auf diese Weise kommt der Kunde (sofern er das Bankkonto bei den Steuern angibt) trotzdem zu seinen gesamten Jahreszinsen.

1.5 Zusammenhänge und Proportionalitäts-Ansatz

Durch ihren direkten proportionalen Zusammenhang zeigen sich auch Rechenwege und allgemeine Formeln.

a) Kapital – Zinsfuss – Bruttozins (k, p, z)

Der Proportionalitätsansatz lautet:

Kapital k	-----	100% (Grundwert)	Kapital k = Grundwert
Bruttozins z_{brutto}	-----	Zinsfuss p	

b) Bruttozins – Verrechnungssteuer - Nettozins ($z_{\text{brutto}}, vst, z_{\text{netto}}$)

Der Proportionalitätsansatz lautet:

Bruttozins z_{brutto}	-----	100% (Grundwert)	Bruttozins z_{brutto} = Grundwert
Nettozins z_{netto}	-----	65%	

und

Bruttozins z_{brutto}	----	100% (Grundwert)	Bruttozins z_{brutto} = Grundwert
Verrechnungssteuer VST	----	35%	
<i>respektive:</i>			
Nettozins z_{netto}	----	65%	alles relativ zum Bruttozins!
Verrechnungssteuer VST	----	35%	

2. Der Marchzins

Die Berechnungen des Jahreszinses von oben beruhen alle darauf, dass das Kapital während des Jahres nicht verändert wird. Dies ist vielleicht bei „Geschenkkonten“ von Grosseltern an ihre Enkel während einer gewissen Zeit der Fall, doch ansonsten ist es ja so, dass man auf ein Konto während des Jahres Geld einzahlt oder von einem Konto Geld abhebt. Ebenso häufig sind Veränderungen des Zinssatzes, welche zu gewissen Terminen im Jahr durch die Bank vorgenommen werden. Für diese alltäglichen Situationen versagt unser „Jahreszins-System“. Wir müssen also ein System herausfinden, bei welchem wir den Zins auf den Tag genau berechnen können.

Der taggenau berechnete Zins heisst Marchzins (z_M). Im Marchzins wird die Anzahl Tage, welche ein Kapital bei einem gewissen Zinssatz vorliegt, berücksichtigt.

Entsprechend kommt in der Marchzinsformel die Anzahl Tage (d) oder Monate (m) vor.

Marchzinsformel:



normaler Jahreszins

Anzahl Tage des Kapitals k bei Zinssatz p

$$z_M = \frac{k \cdot p}{100} \cdot \frac{d}{360} = k \cdot f \cdot \frac{d}{360}$$

Anzahl Tage des ganzen Jahres (Bankjahr)

oder

normaler Jahreszins

Anzahl Monate des Kapitals k bei Zinssatz p

$$z_M = \frac{p \cdot k}{100} \cdot \frac{m}{12} = k \cdot f \cdot \frac{m}{12}$$

Anzahl Monate des ganzen Jahres



Auch Marchzinsen werden jeweils Ende Jahr (oder bei Ablauf eines Vorgangs) berechnet. Dadurch passiert das Rückwirkend und hat für das Kapital keinen Einfluss!

2.1 Beispiele zur Marchzinsberechnung

Um diese Marchzinsberechnung noch ein Bisschen verständlicher zu machen, finden sich hier zwei Beispiele:

Fall1:

Ein Mann hat per 1.1. des Jahres ein Kapital von CHF 100'000. Die Bank zahlt 2% Zinsen. Am Abend des 10. Juni hebt der Mann CHF 30'000.— von seinem Konto ab. Der Zinssatz bleibt gleich. Welches Saldo hat der Mann per 31.12 des Jahres auf seinem Konto?

Situation: Das Kapital $k_1 = 100'000$ liegt für 5 ganze Monate (Januar, Februar, März, April, Mai) und 10 Tage mit einem Zinssatz von $p = 2\%$ auf dem Konto. Dies entspricht genau 160 Tagen ($5 \cdot 30$ Tage + 10 Tage). Für weitere 20 Tage und 6 Monate liegt ein Kapital von $k_2 = 70'000$ mit $p = 2\%$ auf dem Konto. Dies entspricht genau 200 Tagen ($360 - 160$ oder $6 \cdot 30$ Tage + 20 Tage).

Kapital per 1.1. des Jahres: k_1 = **CHF 100'000.—**

Marchzins 1 (1. Januar – 10. Juni): $z_{M1} = \frac{p \cdot k_1}{100} \cdot \frac{d}{360} = \frac{2 \cdot 100'000}{100} \cdot \frac{160}{360} = \text{CHF } 888.89$

Marchzins 2 (11. Juni – 31. Dez.): $z_{M2} = \frac{p \cdot k_2}{100} \cdot \frac{d}{360} = \frac{2 \cdot 70'000}{100} \cdot \frac{200}{360} = \text{CHF } 777.78$

Total der Marchzinsen (Bruttozins): $z_{\text{Brutto}} = z_{M1} + z_{M2} = 888.89 + 777.78 = \text{CHF } 1666.67$

Nettozins: $z_{\text{netto}} = 0.65 \cdot z_{\text{brutto}} = 0.65 \cdot 1666.67 = \text{CHF } 1083.34$

Saldo per 31.12. des Jahres $\text{Saldo} = k_2 + z_{\text{netto}} = 70'000 + 1083.34 = \text{CHF } 71'083.34$

Der Mann hat Ende Jahr ein Saldo von CHF 71'083.35 auf seinem Konto.

Fall2:

Ein Mann hat per 1.1. des Jahres ein Kapital von CHF 100'000. Die Bank zahlt 3.5% Zinsen. Am 1. Mai ändert sich der Zinssatz aber und beträgt neu noch 3.0%. Welches Saldo hat der Mann per 31.12 des Jahres auf seinem Konto?

Situation: Das Kapital k liegt für 4 ganze Monate (Januar, Februar, März, April) mit einem Zinssatz von $p_1=3.5\%$ auf dem Konto. Für weitere 8 Monate beträgt der Zinssatz $p=3.0\%$. Es ergeben sich somit zwei unterschiedliche Berechnungen:

Kapital per 1.1. des Jahres: k = **CHF 100'000.—**

Marchzins 1 (1. Januar – 30. April): $z_{M1} = \frac{p_1 \cdot k}{100} \cdot \frac{m}{12} = \frac{3.5 \cdot 100'000}{100} \cdot \frac{4}{12} = \text{CHF } 1166.65$

Marchzins 2 (1. Mai – 31. Dezember): $z_{M2} = \frac{p_2 \cdot k}{100} \cdot \frac{m}{12} = \frac{3.0 \cdot 100'000}{100} \cdot \frac{8}{12} = \text{CHF } 2000.00$

Total der Marchzinsen (Bruttozinsen): $z_{\text{brutto}} = z_{M1} + z_{M2} = 1166.65 + 2000 = \text{CHF } 3166.65$

Nettozins: $z_{\text{netto}} = 0.65 \cdot z_{\text{brutto}} = 0.65 \cdot 3166.65 = \text{CHF } 2058.30$

Saldo per 31.12. des Jahres $\text{Saldo} = k + z_{\text{netto}} = 100'000 + 2058.30 = \text{CHF } 102'058.30$

Der Mann hat Ende Jahr ein Saldo von CHF 102'058.30 auf seinem Konto.

3. Formeln im Umgang mit Zinsen, Verrechnungssteuer und Marchzinsen.

Aus den oben formulierten Proportionalitätsansätzen lassen sich die folgenden Formeln finden:

Jahreszins-Berechnungen	Gegebene Grössen:	Gesuchte Grössen:	allgemeine Formel:	
	k, p	$z (=z_{\text{brutto}})$	$z_{\text{brutto}} = \frac{k \cdot p}{100} = k \cdot f$	
	$k, z (=z_{\text{brutto}})$	p	$p = \frac{100 \cdot z_{\text{brutto}}}{k}$	
	$p, z (=z_{\text{brutto}})$	k	$k = \frac{100 \cdot z_{\text{brutto}}}{p} = \frac{z_{\text{brutto}}}{f}$	
Marchzins-Berechnungen	Gegebene Grössen:	Gesuchte Grössen:	allgemeine Formel:	alternative Formel
	$p, k, d \text{ oder } m$	$z_M (=z_{M\text{brutto}})$	$z_M = \frac{p \cdot k \cdot d}{100 \cdot 360} = \frac{k \cdot f \cdot d}{360}$	$z_M = \frac{k \cdot p \cdot m}{100 \cdot 12} = \frac{k \cdot f \cdot m}{12}$
	$z_m(\text{brutto}), p, d \text{ oder } m$	k	$k = \frac{100 \cdot z_m \cdot 360}{p \cdot d} = \frac{z_m \cdot 360}{f \cdot d}$	$k = \frac{100 \cdot z_m \cdot 12}{p \cdot m} = \frac{z_m \cdot 12}{f \cdot m}$
	$z_m(\text{brutto}), k, d \text{ oder } m$	p	$p = \frac{100 \cdot z_m \cdot 360}{k \cdot d}$	$p = \frac{100 \cdot z_m \cdot 12}{k \cdot m}$
	$z_m(\text{brutto}), k, p$	$d \text{ oder } m$	$d = \frac{100 \cdot z_m \cdot 360}{k \cdot p} = \frac{z_m \cdot 360}{k \cdot f}$	$m = \frac{100 \cdot z_m \cdot 12}{k \cdot p} = \frac{z_m \cdot 12}{k \cdot f}$
Bruttozins / Nettozins / Verrechnungssteuer	Gegebene Grössen:	Gesuchte Grössen:	allgemeine Formel:	
	z_{brutto}	z_{netto}	$z_{\text{netto}} = z_{\text{brutto}} \cdot 0.65 = z_{\text{brutto}} \cdot \frac{65}{100}$	
	z_{brutto}	VST	$VST = z_{\text{brutto}} \cdot 0.35 = z_{\text{brutto}} \cdot \frac{35}{100}$	
	z_{netto}	z_{brutto}	$z_{\text{brutto}} = z_{\text{netto}} \cdot \frac{100}{65}$	
	VST	z_{brutto}	$z_{\text{brutto}} = VST \cdot \frac{100}{35}$	

4. Sparpläne – Eine Anwendung der Marchzinsberechnung

Alle die oben behandelten Themen funktionieren nur, wenn ein Konto keine grossen Veränderungen erfährt, also kein Geld einbezahlt oder abgehoben wird. Gerade bei Lohn- oder Sparkonti ist ja die Grundidee, dass regelmässig (meist monatlich) Geld einbezahlt wird. Somit verändert sich der Kontostand (Kapital) jeden Monat. Am Ende des Jahres, wenn die Zinsen berechnet werden, muss diese Veränderung berücksichtigt werden. Dies geschieht am Besten mit Hilfe eines „Sparplanes“. Für die Berechnung der zustehenden Zinsen gibt es dabei drei Varianten, mit denen gerechnet werden kann:

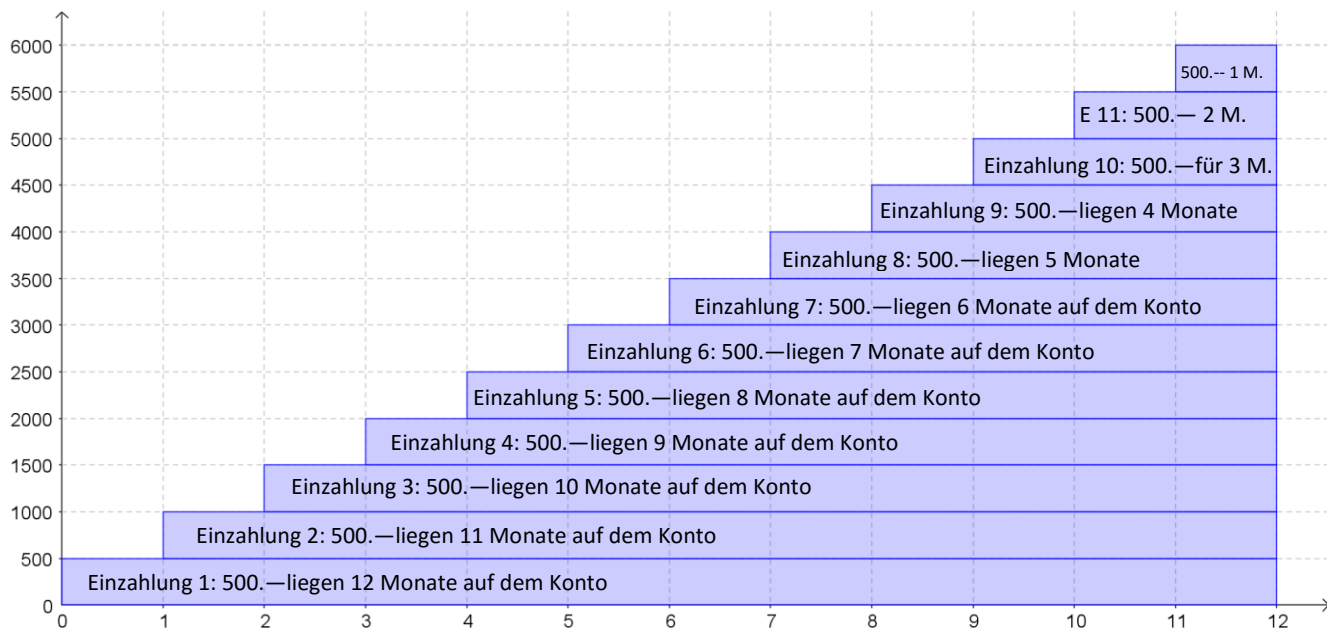
4.1 Der Stufensparplan 1 – Einzahlungen werden einzeln verzinst

Die einzelnen Einzahlungen werden als „Stufen“ einer Treppe verstanden. Dabei wird für jede Einzahlung der Marchzins mit der passenden Laufzeit berechnet und diese einzelnen Marchzinsen am Schluss zusammengerechnet.

$$\text{Jahreszins} = \text{Marchzins}_1 + \text{Marchzins}_2 + \text{Marchzins}_3 + \dots + \text{Marchzins}_{12}$$

Im Falle von gleichmässigen Einzahlungen (z.B. jeden Monat CHF 500.--) lässt sich die Berechnung dann durch Mathematische Tricks (Distributivgesetz) vereinfachen und in einer Rechnung auflösen:

Nehmen wir an, die Einzahlungen erfolgen immer am 1. eines Monats. Damit liegt die erste Einzahlung während 12 Monaten auf dem Konto, die zweite Einzahlung noch 11 Monate, die dritte Einzahlung noch 10 Monate und so weiter. Die letzte Einzahlung liegt schliesslich noch einen Monat auf dem Konto und wird entsprechend verzinst. Graphisch präsentiert sich das so:



Rechnerisch sieht das so aus (Wir nehmen einen Zinssatz von $p = 1.5\%$ an):

Die Formel für die Marchzinsberechnung (auf Monatsbasis) lautet: $z_M = \frac{k \cdot p \cdot m}{100 \cdot 12} = k \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{m}{12}$

Die **erste Einzahlung** (CHF 500.--) wirft für **12 Monate Marchzins** ab: $z_{M1} = 500 \cdot \frac{1.5}{100} \cdot \frac{12}{12}$

Die **zweite Einzahlung** (CHF 500.--) wirft für **11 Monate Marchzins** ab: $z_{M2} = 500 \cdot \frac{1.5}{100} \cdot \frac{11}{12}$

und so weiter...

Die **zwölfte und letzte Einzahlung** (CHF 500) wird für **1 Monat verzinst**: $z_{M12} = 500 \cdot \frac{1.5}{100} \cdot \frac{1}{12}$

➔ Wenn wir die Terme genau beobachten, dann **ändert sich „nur“ der Zähler des letzten Bruches**. Dieser Zähler lässt sich ausklammern und dann heisst die Formel für den Marchzins:

Somit gilt für den gesamten Marchzins:

$$z_M = 500 \cdot \frac{1.5}{100} \cdot \left(\frac{12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1}{12} \right) = 500 \cdot \frac{1.5}{100} \cdot \frac{78}{12} = \text{CHF } 48.75$$

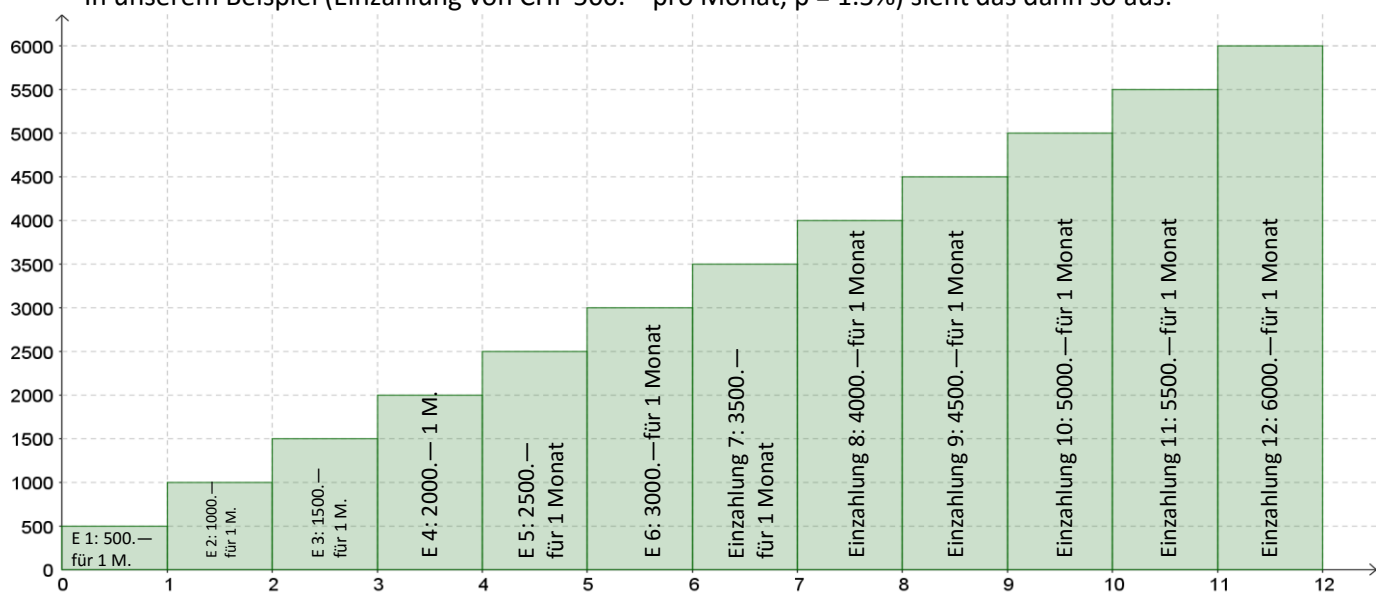
Damit wirft ein Sparkonto, auf welches immer zu Monatsbeginn CHF 500.—einbezahlt werden ($p = 1.5\%$) am Ende des Jahres **CHF 48.75 an Zinsen ab**.

Der Kontostand setzt sich zusammen aus den Einzahlungen (also 12 Einzahlungen à 500.—) plus Zinsen. Er beträgt somit Ende Jahr = $12 \cdot 500 + 48.75 = \text{CHF } 6048.75$

4.2 Der Stufensparplan 2 – Die Marchzinsen werden pro Monat berechnet.

Im zweiten Modell dieser Berechnungsmöglichkeiten werden nicht die einzelnen Einzahlungen verzinst, sondern jeden Monat wird der Zins für den aktuellen Kontostand berechnet. Das heisst, wir berechnen den Marchzins immer für einen Monat Laufzeit, aber mit ändernden Kontoständen.

In unserem Beispiel (Einzahlung von CHF 500.—pro Monat, $p = 1.5\%$) sieht das dann so aus:



Rechnerisch sieht das so aus (Wir nehmen einen Zinssatz von $p = 1.5\%$ an) und verzinsen das „neue“ Kapital immer für genau 1 Monat.

Die **erste Einzahlung** ergibt ein Kapital von CHF 500.--: $z_{M1} = 500 \cdot \frac{1.5}{100} \cdot \frac{1}{12}$

Die **zweite Einzahlung** ergibt ein Kapital von CHF 1000.--: $z_{M2} = 1000 \cdot \frac{1.5}{100} \cdot \frac{1}{12}$

Die **dritte Einzahlung** ergibt ein Kapital von CHF 1500.--: $z_{M3} = 1500 \cdot \frac{1.5}{100} \cdot \frac{1}{12}$

und so weiter...

Die **zwölfte (letzte) Einzahlung** ergibt ein Kapital von 6000.--: $z_{M12} = 6000 \cdot \frac{1.5}{100} \cdot \frac{1}{12}$

➔ Wenn wir die Terme genau beobachten, dann **ändert sich „nur“ der erste Faktor (Kapital)**. Dieser Zähler lässt sich ausklammern und dann heisst die Formel für den Marchzins:

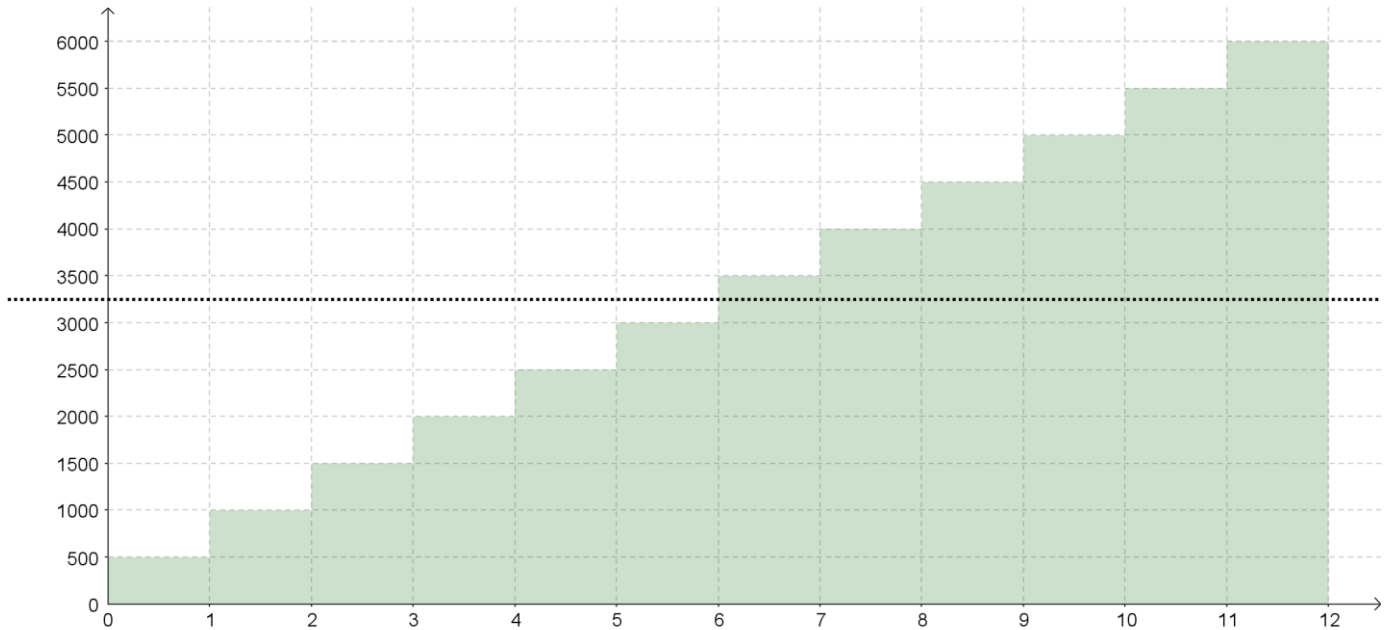
Somit gilt für den gesamten Marchzins:

$$z_M = (500+1000+1500+2000+\dots+6000) \cdot \frac{1.5}{100} \cdot \frac{1}{12} = 39'000 \cdot \frac{1.5}{100} \cdot \frac{1}{12} = \text{CHF } 48.75$$

Der Kontostand setzt sich zusammen aus den Einzahlungen (also 12 Einzahlungen à 500.—) plus Zinsen. Er beträgt somit Ende Jahr = $12 \cdot 500 + 48.75 = \text{CHF } 6048.75$

4.3 Der Stufensparplan 3 – Die Berechnung mit dem Durchschnittskapital

Im dritten Modell der Zinsberechnung wird mit Hilfe eines „Durchschnittskapitals“ gerechnet. Dabei wird von allen Einzahlungen über das Jahr der Durchschnitt berechnet („Mittleres Kapital“), welches dann mit einer „einfachen“ Jahreszinsberechnung verzinst wird.



Zu Beginn müssen wir das mittlere Kapital berechnen (Durchschnitt Beträge pro Monat):

$$\frac{(500 + 1000 + 1500 + 2000 + 2500 + 3000 + 3500 + 4000 + 4500 + 5000 + 5500 + 6000)}{12} = \text{CHF } 3250.--$$

Somit ist im Durchschnitt über das Jahr gesehen ein Betrag von CHF 3250.—angelegt. Dieser wird „normal“ verzinst:

$$z = k \cdot \frac{p}{100} = 3250 \cdot \frac{1.5}{100} = 48.75 \quad (\text{Wir stellen also fest, dass auch diese Berechnung das gleiche Ergebnis liefert}).$$

Der Kontostand per Ende Jahr ist also auch mit dieser Berechnung $= 12 \cdot 500 + 48.75 = \text{CHF } 6048.75$.

5. Der Zinseszins

In gewissen Fällen liegt ein Kapital während mehrerer Jahre „unberührt“ auf dem Konto. In diesem Fall werden jeweils Ende eines Jahres der Zins zum Kapital „geschlagen“ und auf diesem neuen Kapital wird dann wieder der Zins berechnet und so weiter. In diesem Fall spricht man vom „**Zinseszins**“. (In diesem Fall trägt auch der Zins wiederum Zins ein, darum „Zinseszins“)

Leiten wir die allgemeine Zinseszinsformel her:

Anfangskapital: k_0
 Zinssatz: p
 Guthaben nach dem 1 Jahr: k_1
 Guthaben nach dem 2 Jahren k_2
 Guthaben nach dem n Jahren k_n

entsprechender Jahreszins

$$k_1 = k_0 + \frac{k_0 \cdot p}{100} = k_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)$$

$$k_2 = k_1 + \frac{k_1 \cdot p}{100} = k_1 \left(1 + \frac{p}{100} \right) = k_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right) \left(1 + \frac{p}{100} \right) = k_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^2$$

$$k_3 = k_2 + \frac{k_2 \cdot p}{100} = k_2 \left(1 + \frac{p}{100} \right) = k_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right) \left(1 + \frac{p}{100} \right) \left(1 + \frac{p}{100} \right) = k_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^3$$

usw.

$$k_n = k_{n-1} + \frac{k_{n-1} \cdot p}{100} = k_{n-1} \left(1 + \frac{p}{100} \right) = k_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$$

Zinseszinsformel: $k_n = k_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$	n: Anzahl Jahre
---	------------------------

Beispiel:

Ein Kapital von CHF 1000 liegt auf einem Konto bei $p = 2.5\%$. Wie gross ist der Saldo nach 10 Jahren?

allgemein: $k_n = k_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$ n: Anzahl Jahre

da wir den **Saldo nach 10 Jahren suchen**, können wir hier **für n die Zahl 10 einsetzen!** Die Rechnung heisst also:

$$k_{10} = k_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^{10} = 1000 \left(1 + \frac{2.5}{100} \right)^{10} = 1000(1 + 0.025)^{10} = 1000 (1.025)^{10} = 1000 \cdot 1.28008 = \mathbf{1280.085}$$

Der Saldo wird nach 10 Jahren genau CHF 1280.10 betragen.

6. Obligationen und Aktien

Im Zeitalter der vielen Menschen, die ihr Glück mit Spekulationen an der Börse suchen und Firmen, die sich auf ihren Aktienkurs stützen, ist es wichtig, einen groben Überblick über die Bedeutung von Aktien, Obligationen und Dividenden zu haben. Dazu müssen wir den entscheidenden Unterschied von Aktien und Obligationen kennen.

6.1 Aktien (leicht abgeänderter Text von aus www.finanz-handbuch.ch)

Unternehmen benötigen für ihre Investitionen und ihre Entwicklung Geld. Dieses können sie entweder selber erwirtschaften (schwierig) oder sich anderweitig Kapital beschaffen. Sie können ein Darlehen aufnehmen und/oder Aktien ausgeben. In der Unternehmensfinanzierung werden Aktien "Eigenkapital" und geliehene Mittel (Obligationen, Kredite) "Fremdkapital" genannt.

Das Eigenkapital in Form von Aktien unterscheidet sich grundlegend vom Fremdkapital. Als Aktionär ist man nicht Kreditgeber, sondern beteiligt sich am Unternehmen. Diese Beteiligung am Unternehmen wirkt sich für Investoren (=Geldgeber, also derjenige, der die Aktien kauft oder besitzt) auf zwei Arten aus:

1. Ein Aktionär hat keinen Anspruch auf regelmässige Zahlungen

Wer einem Unternehmen Geld leiht oder dessen Schuldverschreibungen ([Obligationen](#) oder [Geldmarktinstrumente](#)) kauft, hat normalerweise Anspruch auf regelmässige Zinszahlungen. Bei Aktien werden dagegen [Dividenden](#) ausbezahlt. Dies ist eine Art Gewinnbeteiligung am Unternehmensgewinn. Die Höhe der Dividendenzahlung bei Aktien ist abhängig vom Bilanzgewinn und dem Beschluss der Generalversammlung.

2. Ein Aktionär hat keinen Anspruch auf Rückerstattung der Investition

Wer einem Unternehmen Mittel leiht oder dessen Schuldverschreibungen kauft, erwartet berechtigterweise, dass dieses Darlehen zum vereinbarten Termin zurückbezahlt wird. Durch den Kauf einer Aktie wird der Investor Teilhaber der Firma und erwartet, dass die Mittel für die operative Geschäftstätigkeit eingesetzt werden.

Allerdings kann man seine Aktien wieder verkaufen, wenn man dies will (oder muss). Dabei ist der jeweilige Kurs an der Börse massgebend (und der hängt vom Firmenerfolg und von der Nachfrage ab).

6.2 Obligationen (leicht abgeänderter Text von aus www.finanz-handbuch.ch)

Obligationen sind Fremdkapital. Wenn ein Investor eine Obligation kauft, leiht er dem Emittenten (der Firma, welche die Obligation ausgibt) Geld. Der Verkäufer der Obligation ist der Schuldner und der Käufer der Obligation ist sein Gläubiger.

Der Preis, den der Investor für die Obligation bezahlt, entspricht dem Fremdkapital, das der Emittent leiht. Wie bei anderen Darlehen schuldet der Emittent Zinsen, solange das Darlehen nicht zurückbezahlt ist. Am Ende der vereinbarten Darlehenslaufzeit zahlt der Schuldner das Darlehen zurück.



Bei Obligationen entspricht der **bezahlte Preis** dem Darlehen und wird als **Nominalwert oder Nennwert der Obligation** bezeichnet. Die **Dauer der Darlehensvergabe** wird als **Laufzeit** bezeichnet. Die für das Darlehen **vom Schuldner gezahlten Zinsen** werden **Coupon** genannt. Obligationen werden auch manchmal als festverzinsliche Wertpapiere bezeichnet.

Die meisten Obligationen sichern dem Gläubiger ein regelmässiges Einkommen, einen Zinssatz des Darlehens. Die bezahlten Zinsen und die Auszahlungshäufigkeit der Zinsen werden in den Bedingungen festgelegt, zu denen die Obligation ausgegeben wird.

Obligationen werden auch aus einem anderen Grund festverzinsliche Wertpapiere genannt: Im Gegensatz zu Aktien, die keine Garantie hinsichtlich des Ertrags geben, garantiert der Emittent die Rückzahlung des Nominalwertes plus Zinsen. (Solange der Schuldner selber zahlen kann)

6.3 Zusammenfassend

Aktien:

- sind Beteiligungen an einer Firma.
- Mit Aktien kann man Geld verdienen (Dividende oder Verkauf zu einem höheren Preis).
- Man kann aber auch viel Geld verlieren (Die Firma macht schlechte Geschäfte und zahlt keine Dividende, Kurszerfall einer Aktie oder Verkauf zu einem tieferen Preis).
- Dividende = „Gewinnbeteiligung“ nach Beschluss der Generalversammlung und des Geschäftsganges

Obligationen

- sind eine Art Kredit, man leiht einer Firma Geld und erhält dabei jährlich festgesetzte Zinsen (Coupon).
- zum Ablauf der Obligation erhält man auch das geliehene Geld (Nominalwert) zurück.
- Nominalwert: Wert der Obligation (=Kapital, Kaufpreis, Betrag des geliehenen Geldes)
- Coupon: Jährliche Zinsen für die Obligation (festgesetzt)

Für die meisten Menschen, die ihr Geld anlegen (also nicht nur auf dem Bankkonto liegen lassen, sondern versuchen, aus ihrem Geld mehr Gewinn zu machen), ist es wichtig, sich zwischen Aktien oder Obligationen zu entscheiden. Wer risikofreudig ist, wählt Aktien, welche bei positiver Börsenentwicklung mehr Gewinn abwerfen, wer eher weniger Risiko eingehen will, wählt Obligationen. Heutzutage gibt es auch viele „Mix-Produkte“ (Fonds), welche zu einem bestimmten Anteil aus Aktien, zu einem anderen Anteil aus Obligationen, aber auch aus Festgeldanleihen, Fremdwährungen etc. zusammengesetzt sind.

6.4 Bezug zu unserem Rechenthema „Zinsrechnen“

Betrachten wir die Welt des „Geldanlegens“, so spielen neben Jahres- und Marchzinsberechnungen auch Rechnungen mit Obligationen eine Rolle. Dabei ist der Nominalwert gleich dem Kapital, der Coupon entspricht dem Zins und die Laufzeit bringt uns entweder zum Marchzins oder zum Zinseszins. Also eigentlich nichts Neues.



1. Vervollständige die Tabelle:

	Zinssatz	Bruttozins am 31.12. [in CHF]	Verrechnungs- steuer	Nettozins am 31.12. [in CHF]	Kapital k [in CHF]	Saldo am 31.12. [in CHF]
a)	3.5%				69600	
b)	2.3%	4046				
c)	2.0%		900			
d)	3.0%			1773.20		
e)	2.5%	97.5				
f)	2.5%		78.75			



2. Berechne die folgenden Aufgaben:

- a) Peter hat am Anfang dieses Jahres ein Jugendsparkonto (Zinssatz 2.5%) mit einer Einlage von CHF 300.- eröffnet und zahlt anschliessend ab dem 1. Februar monatlich CHF 250 ein, letztmals Anfang Dezember. Zudem möchte er während des ganzen Jahres keine Rückzüge machen.
Berechne den voraussichtlichen Stand seines Guthabens am Anfang Januar des nächsten Jahres.

[illegible]

- b) Simona hat am 1. Januar des Jahres ein Guthaben von CHF 3600.- auf ihrem Jugendsparkonto (Zinssatz 2.5%). Sie möchte jeweils Ende Monat CHF 150.— abheben., letztmals Ende Dezember des Jahres
- 1) Mit welchem Saldo kann sie am 31.12. rechnen?
 - 2) Mit welchem Saldo kann sie am 31.12. rechnen, wenn sie Anfang August CHF 790.— einlegt?
- 

[illegible]

3. Berechne den Zinssatz:

- a) Fritz leiht seinem Freund CHF 60.- für zwei Wochen. Er verlangt anschliessend einen Zins von CHF 6.—



- b) Lisa borgt Hans CHF 150.- für zwei Monate. Hans zahlt dann CHF 160.- zurück.



4. Berechne die folgenden Aufgaben:

- a) Ein Auto kostet neu CHF 28000.-. Berechne den Wert des Wagens nach 4 Jahren, wenn die jährliche Abschreibung 20% beträgt.



- b) Wie gross war ein Kapital k Anfang Januar, wenn nach 315 d bei einem Zinssatz von 6.5 % der Netto-Marchzins CHF 172.90 beträgt?



- c) 1999 betrug die Grösse der Schweizer Bevölkerung 7.1 Mio. Wie gross wird die Bevölkerung 2025 sein, wenn das jährliche Wachstum 0.3% beträgt?



5. Vervollständige die Tabelle:



	Zinssatz	Bruttozins am 31.12. [in CHF]	Verrechnungs- steuer	Nettozins am 31.12. [in CHF]	Kapital k [in CHF]	Saldo am 31.12. [in CHF]
a)	2.5%	1800.-				
b)	2.5%					9317.-
c)	2.75%		70.50			
d)	5%			167.50		

6. Carla hat Anfang Januar dieses Jahres ein Jugendsparkonto (Zinssatz: 2.75%) mit einer Einlage von CHF 2'700.-- eröffnet. Anfang März, Juni, September und Dezember zahlt sie CHF 500.- auf ihr Konto ein. Zudem möchte sie während des ganzen Jahres keine Rückzüge machen. Berechne den voraussichtlichen Kontostand Anfang Januar des nächsten Jahres:



7. Am 1.1 stand ein Konto auf 180'950.-. Nun, nach einem Jahr, am 31.12. beträgt der Saldo neu genau 182'250.-. Wie gross ist der Bruttozins gewesen?



8. Frau Welti hat zu Beginn des Jahres auf einem zu 2,75% verzinsbaren Sparheft CHF 600.- angelegt. Nach wie vielen Tagen wäre ihr Zins auf CHF 10 aufgelaufen?



9. Franz hat sich von seinem Freund Klaus CHF 50.- geborgt. Nach 3 Monaten bezahlt er ihm CHF 56.- zurück. Berechne den Zinssatz!



10. Ein Guthaben von CHF 800.- wird für 6 Jahre zu einem Zinssatz von 2.5% angelegt. Anschliessend liegt es zu einem Zinssatz von 2% für 6 weitere Jahre auf der Bank.



- Wie gross ist das Guthaben nach den 12 Jahren?
- Wäre das Guthaben gleich gross, wenn es zuerst zu 2% und dann zu 2.5% angelegt worden wäre? Begründe deine Antwort!

11. 1999 wurde die Geburt des 6milliardsten Erdenbürgers gefeiert. In wie vielen Jahren wird die Weltbevölkerung die 12 Milliarden-Grenze überschreiten, wenn der jährliche Zuwachs etwa 1.4% beträgt? Stelle eine Gleichung auf!



12. Du machst eine Reise in die USA. Du hast seit dem 1.1.2014 genau 19'870.- auf deinem Jugendsparkonto (zu 2%) liegen. Du möchtest Deine Reise mit dem letztjährigen Nettozins (also dem Nettozins von 2013) finanzieren.



- Wie viel darf also Deine Reise kosten?
- Wie viel müsstest Du auf Deinem Konto haben, um von dem diesjährigen Nettozins ein Flugticket nach Perth (Australien) finanzieren zu können? (Flug Hin und zurück: CHF 1999.-)

13. Herr Albrecht und Frau Boller legen je CHF 12'500.- auf der Bank an. Herr Albrecht erhält für seinen gesamten Betrag 5,25%, während Frau Boller CHF 7700.- zu 5,5% und den Rest zu 5% angelegt hat.



- Welche Lösung ist die Bessere?
- Wie gross sind die Mehreinnahmen der besseren Lösung gegenüber der Anderen?

14. Zu welchem Zinssatz ist ein Kapital von CHF 3072.- ausgeliehen, wenn es in 8 Monaten auf CHF 3148.80 angewachsen ist?



15. Der Unterschied zwischen zwei Kapitalen beträgt CHF 2600.-. Das eine ist zu 4% angelegt, das andere zu 4,5%. Beide bringen gleich viel Jahreszins. Berechne die beiden Kapitalen.



16. Herr Maurer besitzt ein Vermögen von CHF 228480.-. Er hat ein Drittel davon zu 4,5%, ein Viertel zu 4,25% und den Rest zu 5,75% angelegt. Welche Jahreszinseinnahmen hat er?



17. Welches Kapital müsste man zu 5,5% anlegen können, um einen Bruttozins zu erhalten, der einem Jahreslohn von CHF 60000.- entspräche?



18. Frau Rinderknecht erhält von ihrem Reisebüro eine Rechnung im Betrag von CHF 4250.-. Sie hätte genügend Geld auf ihrem Konto, um die Rechnung sofort zu bezahlen. Sie überlegt sich, ob sie die Rechnung heute noch begleichen soll, denn so dürfte sie 0.75% Skonto abziehen. Oder soll sie das Geld noch 3 Monate auf dem Konto belassen (Zinssatz: 2.75%) und auf den Skontoabzug verzichten?



- a) Entscheide, welche Variante günstiger ist
- b) Welchen Betrag kann sie dadurch einsparen?

7. Kredite, Leasing

7.1 Kleinkredit

Unter Kleinkredit versteht man einen verhältnismässig kleinen Kredit, der in der Regel Privatpersonen für **nichtgeschäftliche Zwecke** gewährt wird. Normalerweise wird er zur Beschaffung von **Konsumgütern** (z.B. Haushaltgeräte, Fahrzeuge, Reisen, Häuser, Casino-Besuche, Börsenhandel) beansprucht.

Zurückbezahlt wird der Kleinkredit meist in (monatlichen) Raten, welche aus einem **Rückzahlungs-** und einem **(March-)Zinsanteil** zusammengesetzt sind. Zudem beinhalten die Raten meist noch eine **Restschuldversicherung**, welche bei längerer Krankheit oder gar Tod des Kreditnehmers die restliche Schuld begleicht, sowie **Bearbeitungsgebühren**.

Kreditkosten =	Marchzins
	+ Restschuldversicherungs-Prämie
	+ Bearbeitungsgebühren



Gesetzliche Grundlagen:

In der Schweiz dürfen die Kreditkosten nicht höher als 10% des Kreditbetrags jährlich betragen, was darüber liegt, gilt als Wucher. Ausserdem müssen im Kanton Zürich die Kreditkosten deutlich in „Jahresprozenten“ angegeben sein.

Berechnungsformel für die Kreditkosten (z_k):

für monatliche Ratenzahlungen:

$$z_k = \frac{k \cdot p \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + L)}{L \cdot 100 \cdot 12}$$

wobei gilt:

z_k = Kreditkosten (Zins etc.)

k = Kredit (geliehenes Kapital)

p = Zinssatz (bezogen auf ein Jahr)

L = Laufzeit (Anzahl Raten)

Beispiel:

Peter nimmt einen Kredit von CHF 1000.—auf. Das Kreditinstitut verlangt 9.5% Zins. Peter will den Kredit in 6 monatlichen Raten zurückzahlen (Das heisst, dass er nach einem halben Jahr wieder schuldenfrei ist).

Die Kreditkosten für Peter betragen: ($k = 1000$., $p = 9.5\%$, $r = 6$)

$$z_k = \frac{k \cdot p \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + L)}{L \cdot 100 \cdot 12}, \text{ also } \frac{1000 \cdot 9.5 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 6)}{6 \cdot 100 \cdot 12} = \frac{1000 \cdot 9.5 \cdot 21}{6 \cdot 100 \cdot 12} = \text{CHF } 27.71$$

→ Peter zahlt also insgesamt nicht CHF 1000.—sondern 1027.70 zurück.

Entscheidet sich Peter, seinen Kredit in 12 Raten (über ein ganzes Jahr) zu bezahlen, so sind die Kreditkosten:

$$z_k = \frac{k \cdot p \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + L)}{L \cdot 100 \cdot 12}, \text{ also } \frac{1000 \cdot 9.5 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 12)}{12 \cdot 100 \cdot 12} = \frac{1000 \cdot 9.5 \cdot 78}{12 \cdot 100 \cdot 12} = \text{CHF } 51.46$$

→ Auf diese Weise zahlt er 1051.46 zurück. Die höheren Raten bei der halbjährlichen Rückzahlung sind für Peter also positiv.

7.2 Leasing

7.2.1 Definition

Leasing ist in der Regel eine Langzeitmiete über 12 bis 60 Monate, wobei mit der Leasing-Rate einerseits die Amortisation, andererseits der Gebrauch z.B. des Autos für eine vertraglich festgelegte Anzahl Fahrkilometer finanziert wird. Alles Andere kommt separat dazu:

- sämtliche Betriebskosten
- vorgeschriebene regelmässige Wartung
- obligatorische Vollkaskoversicherung
- Kautions

Immer gehört das geleaste Auto nur der Leasing-Gesellschaft. Nicht einmal bei Vertragsende, wenn das Auto an den Garagisten zurückgegeben werden muss, haben Leasingkunden ein Anspruch darauf, «ihr» Auto zu kaufen.

7.2.2 Gegenüberstellung von Abzahlung und Leasing

Abzahlung

Die Abzahlung ist eine **besondere Art des Kaufvertrages**, dessen Form im Obligationenrecht (OR) verankert ist.

Er schreibt eine **Mindestanzahlung von 30% des Nettopreises** und eine **maximale Laufzeit von 2 Jahren** vor.

Das Kaufobjekt gehört nach Vertragsabschluss dem Käufer, der allerdings seinen Abzahlungsverpflichtungen nachkommen muss.

Leasing

Das Leasing wird als Vertragsform im OR nicht erwähnt und ist daher rechtlich problematisch. In seiner klassischen Form ist das Leasing eine **Miete**.

Diese Vertragsform wird oft verwendet, um einen Abzahlungsvertrag zu umgehen.

Das geleaste Objekt gehört während der gesamten Vertragsdauer dem Verkäufer, nicht dem Kunden

c) Problematik des Leasing

Der Leasingvertrag ist mit vielen „Fallgruben“ ausgestattet:

- Eigentum: Das Leasingobjekt gehört **dem Leasinggeber und nicht dem Leasingnehmer**.
- Der Leasingvertrag umfasst **keine Versicherungskosten**
- Bei Autos: Maximalkilometer sind vorgeschrieben, **Mehrkilometer werden verrechnet**
- Kautions: **Die Kautions wird meistens nicht verzinst, z.T. nicht rückerstattet**
- **Enorme Kosten bei frühzeitigem Leasing-Ende.**

➔ **Leasing ist teuer. Heute ist es aber sehr beliebt. Viele Menschen verschulden sich auch wegen Leasing!**

7.2.3 Leasing: Detaillierte Informationen

Leasing bedeutet **Vermietung von Investitionsgütern** (z.B. Maschinen, Computer, Fahrzeuge). Das Leasing ermöglicht grössere Anschaffungen, ohne sofort grössere Geldbeträge ausgeben zu müssen (ein Bankier würde dies etwa so formulieren: „Die Liquidität oder die Verfügbarkeit flüssiger Mittel wird gewahrt“).

Wird ein Gegenstand (z.B. ein Auto) geleast, verpflichtet man sich zur Bezahlung **monatlicher Raten**, welche ebenfalls neben dem **Zins** eine **Restschuldversicherung** und **Bearbeitungsgebühren** beinhalten. Damit beim Nichteinhalten der vertraglichen Verpflichtungen der Leasingfirma keine Nachteile entstehen, wird zusätzlich eine **Kautions** verlangt: Dies ist ein bestimmter Geldbetrag, der als Sicherheit hinterlegt wird und nach Beendigung des Vertrags dem Leasingnehmer zurückbezahlt wird.

Bei vorzeitiger Kündigung des Leasingvertrags sowie bei Nichteinhaltung der Vereinbarungen können für den Leasingnehmer nicht unerhebliche (also: grosse) Kosten entstehen.



7.2.4 Beispiel: Einige Geschäftsbedingungen in einem Leasingvertrag

1. Mietdauer und Kündigung

1.1 Dieser Leasing-Vertrag wird für die nebenstehend vereinbarte feste Vertragsdauer abgeschlossen.

1.2 Der Mieter kann frühestens 6 Monate nach Vertragsunterzeichnung den Leasing-Vertrag jederzeit kündigen, *was jedoch eine rückwirkende Erhöhung des Mietzinses zur Folge hat* (vergl. Ziff. 4.3). Die Kündigung erfolgt mit eingeschriebenem Brief.

2. Eigentum

...

2.2 Der Wagen bleibt im ausschliesslichen Eigentum der Leasag.

...

4. Mietzins

4.1 Der Mietzins ist monatlich im Voraus zahlbar, erstmals bei der Übernahme des Fahrzeuges und in der Folge jeweils am betreffenden Tag der weiteren Monate.

...

4.3 Der Mietzins ist für die vereinbarte feste Vertragsdauer kalkuliert. *Macht der Mieter von seinem Recht auf vorzeitige Kündigung Gebrauch, so erhöht sich der vereinbarte monatliche Mietzins für Amortisation und Kapitalkosten per sofort und rückwirkend ab Vertragsbeginn für jeden Monat der effektiven Vertragsdauer.* Der Prozentsatz der Erhöhung wird wie folgt ermittelt: bei Verträgen mit einer festen Vertragsdauer von

- 12 Monaten: Anzahl Monate, die zur Erreichung der festen Vertragsdauer fehlen, multipliziert mit 6
- 24 Monaten: Anzahl fehlende Monate multipliziert mit 4
- 36 Monaten: Anzahl fehlende Monate multipliziert mit 3
- 48 Monaten: Anzahl fehlende Monate multipliziert mit 2

Erfolgt die Kündigung vor der Hälfte der vereinbarten Laufzeit, so erhöht sich der jeweilige Multiplikator um 50%.

Der Mehrbetrag wird sofort zur Zahlung fällig. Allfällige Mehrkilometer sowie Instandstellungskosten werden zusätzlich belastet.

...

4.6 Der Mietzins basiert auf der vereinbarten monatlichen Fahrleistung. *Mehrkilometer werden dem Mieter bei der Beendigung dieses Vertrages in Rechnung gestellt.* Eine Rückvergütung für weniger gefahrene Kilometer findet nicht statt.

5. Kautions

Die vereinbarte Kautions ist vor Auslieferung des Fahrzeuges zusammen mit dem ersten Mietzins an den Lieferanten zu bezahlen. Über die Kautions wird bei Beendigung der Miete nach erfolgter Rückgabe des Fahrzeuges abgerechnet.

...



7.3 Detaillierte Beurteilung eines Leasing-Angebotes

Um ein Angebot überhaupt beurteilen zu können, braucht man diverse Grundinformationen:

1. Den **Nettopreis** (CHF) des Objektes (nicht den Listenpreis)

2. Die **Leasingdauer** in Monaten (M)

3. Die **Kilometerbeschränkung** (km)

Zu viel gefahrene Kilometer werden bei der Rückgabe teuer berechnet (10 -20 Rp. pro km bei einem Mittelklassewagen). Dieser Preis muss im Vertrag aufgeführt sein

4. Den **Restwert** des Autos bei Ablauf der Vertragsdauer (CHF)

Nach 4 Jahren kostet ein Personenwagen mit ca. 64 000 km je nach Modell noch 29% bis 47% seines Neuwertes.

5. Die Höhe der **Monatsrate** (CHF)

6. Die Höhe der **Kautions** (CHF)

Eine Kautions ist eine Sicherheitsleistung durch Hinterlegung einer Geldsumme

7. Die **Verzinsung der Kautions** (%)

Die Beurteilung der Leasingofferte ist also von vielen Grössen abhängig, dabei ist es wichtig, dass man weiss, dass einige Zahlen nicht direkt ersichtlich sind. **Die Leasingofferte fordert also auch viel Rechenleistung des Kunden!**

Beispiel: Der Laxos Rasant

An diesem Beispiel wollen wir ein Leasingangebot genau untersuchen und die Folgekosten bestimmen:

Fr. 21.- pro Tag für Ihre Freude am Sport.

Laxos Rasant. Ab Fr. 35 950.-



Die Leasingpreise basieren auf 4 Jahren Laufzeit, 40'000 km Fahrleistung, exkl. Vollkasko. Die Kautions von 10% des Listenpreises wird am Ende zurückerstattet.

Die bekannten Angaben:

Listenpreis:	CHF 35 950.--	
Nettopreis:	CHF 32'300.--	(Annahme, dies entspricht einem Rabatt von rund 10%)
Leasingdauer:	48 Monate	
Kilometerbeschränkung:	40 000 km	(Also rund 10'000 km im Jahr)
Restwert :	CHF 12'920.--	(Dies entspricht 40% des Nettopreises)
Monatsrate:	CHF 630.--	(30 • CHF 21.--, also dreissig Mal die Tagesprämie)
Kautions:	CHF 3595.--	(10% des Listenpreises)
Verzinsung der Kautions:	Nein!	

Berechnung:

1. Wie viel Geld steht einem eigentlich zur Verfügung? (Höhe des Kredites, der finanziert wird):

Während 48 Monaten stehen **CHF 19'380.--** zur Verfügung.

(Das Auto kostet netto 32'300.-- und hat bei der Rückgabe einen Restwert von 12'920.--, also verliert es in den 48 Monaten 19380.-- (32300 – 12920) an Wert. Dies entspricht dem Geld, das dem Leasingnehmer sozusagen „zur Verfügung steht – oder anders gesagt: Der Leasingnehmer hat einen Kredit von 19380 mit Laufzeit 48 Monaten)

2. Die „Kreditkosten“ dieses Leasings betragen somit:

Ratenzahlungen:	48 • 630 =	30'240.--
Kredit		19'380.--
Kreditkosten:		11'000.--

3. Die Formel für die Kreditkosten heisst:

$$z_k = \frac{k \cdot p \cdot (1+2+3+\dots+r)}{r \cdot 12 \cdot 100},$$

$$\text{hier: } 11'000 = \frac{19'380 \cdot p \cdot (1+2+3+\dots+48)}{48 \cdot 12 \cdot 100}$$

$$\text{somit: } p = \frac{11'000 \cdot 48 \cdot 12 \cdot 100}{19'380 \cdot 24 \cdot 49} = 27.8\%$$

4. Zusätzliche Verluste:

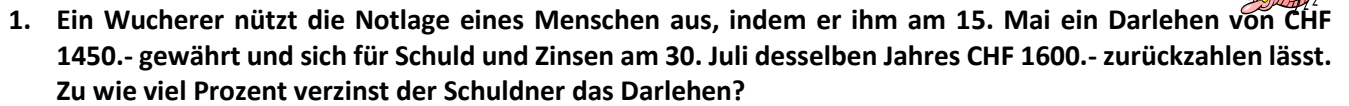
Durch die nichtverzinsten Kautions, bei einem Zinssatz von 1% gehen über die 4 Jahre zusätzliche Zinsen (Zinseszinsen) verloren:

$$k_4 = k_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^4, \text{ hier: } k_4 = 3595 \cdot (1,01)^4 = 3740.97;$$

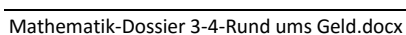
$$3740.97 - 3595 = 145.97 = \mathbf{146 \text{ Franken Zinsverlust } (k_4 - k_0)}$$

5. Die Beurteilung:

Hoher Zinssatz, sehr knappe Kilometerbegrenzung, Nicht verzinsten Kautions. Kein attraktives Angebot!



2. Herr Metzger hat für den Kauf eines Hauses von einer Bank CHF 280000.- und von seinem Vater CHF 120000.- ausgeliehen. Am Ende des ersten Jahres zahlt er total CHF 22200.- Zins. Gleichzeitig zahlt er der Bank CHF 18000.- seiner Schuld zurück. Nach Ablauf eines weiteren Jahres muss er nur noch total CHF 21120.- Zins zahlen. Berechne die Zinsfüsse.



4. Vergleiche die folgenden Kreditangebote, indem du jeweils den Zinssatz berechnest:

- a) „Ich gebe dir 2000 Fr. und du gibst mir in 4 Monaten den Betrag zuzüglich 5% davon zurück.“ 
- b) „Ich gebe dir 2000 Fr. und du zahlst mir in einem Vierteljahr 2100 Fr. zurück.“
- c) „Ich gebe dir 2000 Fr. Du kannst es mir zurückgeben wann du willst, aber für jeden Tag bis zur Rückgabe verlange ich einen Franken.“

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

5. Beurteile das Leasing für den Laxos Carmine ABC



Listenpreis:
 Nettopreis:
 Leasingdauer
 Kilometerbeschränkung:
 Restwert (40% des NP):
 Monatsrate:
 Kautions:
 Verzinsung der Kautions:

Berechnungen:

Während 48 Monaten stehen dir zur Verfügung:

Kreditkosten:

Formel für Kreditkosten:

Zinssatz p :

Beurteilung: _____

Verlust durch nichtverzinste Kautiön (Annahme:
p= 2%)

**Fr. 17.50
pro Tag
für Ihre Unab-
hängigkeit**

Laxos Carmine ABC. Ab Fr. 31 975.-



*Die Leasingpreise basieren auf 4 Jahren Laufzeit, 40 000 km Fahrleistung, exkl. Vollkasko. Die Kauti-
on von 10% des Listenpreises wird am Ende
zurückerstattet.*

6. Herr Müller nimmt einen Kredit in der Höhe von CHF 60'000.—auf. Er wünscht sich, die günstigste Variante zu finden, was den Prozentsatz beträgt. Nun weisst du, dass die Raten bei einer Laufzeit von 12 Monaten CHF 5301.35, bei einer Laufzeit von 24 Monaten CHF 2604.30 und bei einer Laufzeit von 36 Monaten gar nur CHF 1706.10 beträgt. Berechne für jede Laufzeit die entsprechenden Kreditkosten und den Prozentsatz pro Jahr.



7. Ein Kredit von CHF 25'000.—soll in monatlichen Raten von Fr. 2400.—innerhalb eines Jahres zurückbezahlt werden. Der Kreditnehmer möchte aber in monatlichen Raten von 1200.—über zwei Jahre zurückzahlen. Wird die Bank darauf eingehen? (Begründe)



8. Ein Superradiogerät (angeschrieben mit CHF 489.--) mit integriertem Mikrowellenofen und Teekoher kann bei einer speziellen Aktion mit Sonderangebot folgendermassen gekauft werden:



Variante A: Teilzahlung von CHF 200.—und anschliessend 5 monatliche Raten à CHF 61.--.

Variante B: 4 Raten à CHF 139.50

Variante C: 6 monatliche Raten à 62.90 und danach eine Teilzahlung von CHF 123.50.

→ Welches ist die günstigste Version für den Käufer?

→ Berechne zusätzlich den Zinssatz aus Sicht des Verkäufers

9. Eusebius ist stolzer Besitzer von Obligationen. Er hütet sie wie seinen Augapfel und zahlt jedes Jahr den Bruttojahreszins aus seinen „Schätzen“ auf ein spezielles Sparkonto seiner Frau ein (Zinssatz 2.3%). Berechne das Guthaben direkt nach der letzten Einzahlung auf dem Sparkonto der Frau, welches sonst keinerlei Bewegungen aufweist (also keine Ein- oder Auszahlungen).



Obligation 1: Nennwert CHF 5000.--, verzinslich zu 4.75%, Laufzeit 7 Jahre

Obligation 2: Nennwert CHF 10'000, verzinslich zu 5.75%, Laufzeit 5 Jahre

10. Auf ein frisch eröffnetes Konto ($p=2.1\%$) wird monatlich CHF 1586.25 einbezahlt. Berechne den Brutto-Kontostand per Ende Jahr.



11. Zum Ende eines Jahres möchte eine Familie CHF 35'000.-- erspart haben. Das entsprechende Konto wird frisch eröffnet und es sollen 12 gleich grosse Einzahlungen gemacht werden. Berechne die Höhe der Einzahlungen, damit Ende Jahr ein Netto-Saldo (bereits nach Abzug der VST) von CHF 35'000.— erreicht wird ($p = 2.1\%$)



12. Eine Rechnung über CHF 5000.-- für die Reparatur einer defekten Küche kann mit einem Abzug von 1.8% Skonto sofort bezahlt werden. Zudem besteht die Möglichkeit, diese Reparatur erst nach 90 Tagen (dann aber ohne Abzug) zu bezahlen



- Berechne den zu bezahlenden Betrag für die Skonto-Variante
- Bestimme, wie gross der Zinssatz p mindestens sein muss, damit die Skonto-Variante für den Bezahler weniger attraktiv wird, als die Variante „90 Tage warten“
