Seiten 4 / 5 / 6
Verhältnisse und Verhältnisgleichungen

1	a)		Total: 7’670'000 Stimmberechtigte. 4 von 13 haben teilgenommen → Total: 13 Teile, also 7'670'000 : 13 = 590'000 (Grösse eines Teiles). Da ja 4 „Teile“ teilgenommen haben, haben total 4 • 590'000 = **2'360'000** Personen teilgenommen.
	b)		Total haben also 2'360'000 abgestimmt. Dabei hat sich ein Stimmenverhältnis von 5:3 ergeben. Die „Summe“ der Ja – und Neinstimmen beträgt also 2'360'000 oder 8 Teile (3 + 5 = 8). Also berechnen wir ein „Teil“: 2'360'000 : 8 = 295'000. Demnach müssen wir jetzt noch die Ja-Stimmen berechnen (5 Teile, also 5•295'000 = **1'475'000 JA** –Stimmen) und ebenfalls die Nein-Stimmen (3•295'000 = **885'000 NEIN**-Stimmen).
	c)		Die zweite Vorlage hat ein Stimmenverhältnis von Ja : Nein = 3: 7. Wiederum beträgt die Summe von Ja – und Nein-Stimmen 2'360'000 oder 10 Teile (3 + 7 = 10). Also berechnen wir ein „Teil“: 2'360'000 : 10 = 236'000. Damit hat es 236’000•3 = **708'000 Ja-Stimmen** und 236'000 • 7 = **1'652'000 Nein – Stimmen** gegeben.
2	a)	5 Teile 3 Teile Total 16 cm	Die Strecke setzt sich aus total 8 Teilen zusammen (5+3 = 8). Somit beträgt die Länge eines Teiles = 16 : 8 = 2 cm. Und daraus können wir die Teilstrecken bestimmen. **Strecke 1** = 5 • 2 = **10 cm** und **Strecke 2** = 3 • 2 cm = **6 cm**
	b)	2 Teile 1 Teil Total 16 cm	Die Strecke setzt sich aus total 3 Teilen zusammen (2+1 = 3). Somit beträgt die Länge eines Teiles = 16 : 3 = 5.333 cm. Und daraus können wir die Teilstrecken bestimmen. **Strecke 1** = 2 • 5.333 = **10.67 cm** und **Strecke 2** = 1 • 5.333 cm = **5.33 cm**
	c)	2 Teile 3 Teile Total 16 cm	Da die Strecke 1 = 2/3 von Strecke 2 können wir die Strecke 2 mit drei Teilen wählen. Somit beträgt Strecke 1 2 Teile. Das ist eine einfache Variante. Die Strecke setzt sich aus total 5 Teilen zusammen (3+2 = 5). Somit beträgt die Länge eines Teiles = 16 : 5 = 3.2 cm. Und daraus können wir die Teilstrecken bestimmen. **Strecke 1** = 2 • 3.2 = **6.4 cm** und **Strecke 2** = 3 • 3.2 cm = **9.6 cm**
	d)	5 Teile 13.2 Teile Total 16 cm	Die Strecke setzt sich aus total 18.2 Teilen zusammen (5+13.2 = 18.2). Somit beträgt die Länge eines Teiles = 16 : 18.2 = 0.879 cm. Und daraus können wir die Teilstrecken bestimmen. **Strecke 1** = 5 • 0.879 = **4.396 cm** und **Strecke 2** = 13.2 • 0.879 cm = **11.604 cm**
3	a)	Anteile: 5 : 2 Total verteilt: CHF 670	Summe der Anteile = CHF 670 = 7 Teile (5+2). Ein Teil ist also 670 : 7 = CHF 95.714 gross. **Die erste Person erhält somit CHF 478.57, die zweite Person erhält CHF 191.43.**
	b)	Anteile: 5 : 3.2 Differenz = CHF 180.	Differenz der Anteile = CHF 180 = 1.8 Teile (5 – 3.2). Ein Teil ist 180 : 1.8 = CHF 100 gross. **Die erste Person erhält somit CHF 500.--, die zweite Person erhält CHF 320.--.**
	c)	Anteile 5:19 Differenz = CHF 450	Die erste Person erhält CHF 450 weniger, also ist die Differenz der Anteile = CHF 450 = 14 Teile (19 -5). Ein Teil ist also 450 : 14 = CHF 32.14 gross. **Die erste Person erhält somit CHF 160.71, die zweite Person erhält CHF 610.71.**
	d)	Anteile 3.5:1.9 Pers. 2 erhält CHF 380	Die zweite Person erhält CHF 380, also ist CHF 380 = 1.9 Teile (Anteil Person 2) Ein Teil ist also 380 : 1.9 = CHF 200 gross. **Die erste Person erhält somit CHF 700.--, die zweite Person erhält CHF 380.--**
4	a)	Anteile 4: 9 grössere Zahl = 985	Die grössere Zahl ist hier die zweite. Also ist 985 = 9 Teile. Ein Teil ist demnach 985 : 9 = 109.44. **Die kleinere Zahl heisst** also 109.44 •4 = **437.78**
	b)	Anteile 4: 9 grössere Zahl = 985	Die kleinere Zahl ist hier die erste. Also ist 985 = 4 Teile. Ein Teil ist demnach 985 : 4 = 246.25. **Die grössere Zahl heisst** also 246.25 • 9 = **2216.25**
	c)	Anteile 4: 9 Summe = 988	Also ist 988 = 13 Teile (4+9). Ein Teil ist demnach 988 : 13 = 76. **Die kleinere Zahl heisst** also 76 •4 = **304**, **die grössere Zahl heisst** 76 •9 = **684.**
	d)	Anteile 4: 9 Differenz = 985	Also ist 985 = 5 Teile (9-4). Ein Teil ist demnach 985 : 5 = 197. **Die kleinere Zahl heisst** also 197 •4 = **788**, **die grössere Zahl heisst** 197 •9 = **1773.**
5	a)	Volumen der Grube: 50 • 40 • 4.5 = $9000m^3$	Der kleine Bagger baggert halb so viel, die Anteile verhalten sich also wie 1:2. Das Gesamtvolumen entspricht also 3 Teilen = 9000 m^3 . Ein Teil ist also 9000 : 3 = 3000. **Der kleine Bagger baggert** also 3000 •1 = **$3000m^3$**, **der grössere baggert** 3000•2 = **$6000m^3$.**
	b)	Volumen der Grube: 50 • 40 • 4.5 = $9000m^3$	Die Bagger-Anteile verhalten sich wie 5:1. Das Gesamtvolumen entspricht also 6 Teilen = 9000 m^3 . Ein Teil ist also 9000 : 6 = 1500. **Der kleine Bagger baggert** also 1500 •1 = **$1500m^3$**, **der grössere baggert** 1500•5 = **$7500m^3$.**
	c)	Volumen der Grube: 50 • 40 • 4.5 = $9000m^3$	Die Bagger-Anteile verhalten sich wie 3.2:5.8. Das Gesamtvolumen entspricht also 9 Teilen = 9000 m^3 . Ein Teil ist also 9000 : 9 = 1000. **Der Kleine baggert** also 1000 •3.2 = **$3200m^3$**, **der Grössere baggert** 1000•5.8 = **$5800m^3$.**

Seite 6 – Verhältnisse und Verhältnisgleichungen

8

a)

$\frac{39}{6} = \frac{x}{11}$	|| • HN (66)	
$39 \cdot 11 = x \cdot 6$	|| v	
$429 = 6x$	|| : 6	
$\frac{429}{6} = x$	**$x = 71.5$ oder als Bruch $x = \frac{143}{2}$**	

b)

$\frac{25.5}{19.25} = \frac{12}{x}$	|| • HN (19.25x)	
$25.5 \cdot x = 12 \cdot 19.25$	|| v	
$25.5x = 231$	|| : 25.5	
$x = \frac{231}{25.5}$	$x = \frac{462}{51} = \mathbf{\frac{154}{17}}$	Ganzzahlige Zähler und Nenner nötig!

c)

$0.59 = \frac{12}{x}$	||• HN (x)	
$0.59 \cdot x = 12$	|| • 100 (damit die Dezimalzahl verschwindet!)	
$59x = 1200$	|| : 59	
$x = \frac{1200}{59}$	**$x = \frac{1200}{59}$**	

d)

$\frac{x}{4} = \frac{x+3}{10}$	|| • HN (40)	
$10 \cdot x = 4 \cdot (x+3)$	|| • v	
$10x = 4x + 12$	|| -4x	
$6x = 12$	|| : 6	
$x = 2$	**$x = 2$**	

Seite 15 – Proportionalität und umgekehrte Proportionalität

1

Grösse 1	Grösse 2	Zusätzliche Info	proportion al	umgekehrt proportion al	weder noch	
Ticketpreis	Konzertdauer		☐	☐	☑	
Kistengrösse	Anzahl Kisten	feste Menge	☐	☑	☐	
Telefondauer	Kosten	Festes Abo	☐	☐	☑	Grundtarif beim Abo stört die Prop. (dritte Denkfigur stimmt nicht)
Telefondauer	Kosten	Prepaid-Abo	☑	☐	☐	
Geschwindigkeit	Zeitdauer	feste Weglänge	☐	☑	☐	
Anzahl Arbeiter	Zeitdauer	feste Arbeitsmenge	☐	☑	☐	
Prüfungsnote	Punktzahl		☐	☐	☑	Die Noten folgend einem „Treppenprinzip"
Lern-Aufwand	Zeugnisnote		☐	☐	☑	Zu hoffen ist, dass dies sich möglichst proportional verhält.
Schweizer Franken	Englische Pfund	Wechselkurse	☑	☐	☐	
Rezept für 2 Pers.	Rezept für 4 Pers.	Zutatenmenge!	☑	☐	☐	
Füllzeit	Kapazität Füllgerät	feste Füllmenge	☐	☑	☐	

2

a) Grundseite und Höhe im Rechteck verhalten sich **umgekehrt proportional** (bei fester Fläche).

b)

Höhe	10 cm	**3.33 cm**	38 cm	**1 cm**	2 cm	**0.5 cm**	3 cm	**6.67 cm**
Grundseite	**6 cm**	18 cm	**1.58 cm**	60 cm	**30 cm**	120 cm	**20 cm**	9 cm

Seiten 15 / 16 / 17

Proportionalität und umgekehrte Proportionalität

3

Zahl x	*Zahl y*
26	**11.14**
18	**7.71**
28	12
142.33	61
3.5	1.5

Die Grössen verhalten sich proportional. Also ist der Quotient $\frac{x}{y}$ überall konstant und gleich $\frac{28}{12} = 2.3333$

So finden wir $y = \frac{x}{2.3333}$ und $x = y \bullet 2.3333$

4

Zahl x	*Zahl y*
26	**1.73**
29	**1.55**
2.5	18
1.96	23
30	1.5

Die Grössen verhalten sich umgekehrt proportional. Also ist das Produkt x•y überall konstant und gleich 2.5•18 = 45

So finden wir $y = \frac{45}{x}$ und $x = \frac{45}{y}$

5

Zeitdauer (t), bis Feld schneefrei	*Anzahl Helfer mit Schneeschaufeln*
8 h	**10**
4 h	20
2.5 h	**32**
0.8 h = 48 min	100
10 h	8

Diese Grössen verhalten sich ebenfalls umgekehrt proportional. (Je mehr Helfer, desto schneller ist der Schnee geräumt)
Also gilt: Zeitdauer • Helfer = konstant.

6 a) Die Schindelbreite verhält sich **umgekehrt proportional** zur Anzahl. Dies lässt sich mit den Denkfiguren einfach beweisen:

1. Je breiter die Schindeln, desto weniger braucht es
2. Bei doppelt so breiten Schindeln, braucht es nur halb so viele
3. Bei 0cm breiten Schindeln braucht es unendlich viele… (theoretisch)

b) Ansatz: 1268 Schindeln ------------------ 1.5 cm
x Schindeln ------------------ 1.2 cm

Mit Kurzform wird x berechnet: x = 1268 • 1.5 : 1.2 = 1585 Schindeln. (So viele braucht es bei der dünneren Schindel)
Also müssen 1585 – 1268 = **317 Schindeln nachbestellt** werden (Differenz zu den bereits gelieferten Schindeln)

7 a) Die Rollenbreite verhält sich **umgekehrt proportional** zur Anzahl Striche. Dies lässt sich mit den Denkfiguren einfach beweisen:

1. Je breiter dieStriche, desto weniger braucht es
2. Bei doppelt so breiten Strichen, braucht es nur halb so viele
3. Bei 0cm breiten Strichen braucht es unendlich viele… (theoretisch)

b) Ansatz: 57 cm Breite ------------------ 90 Striche
45 cm Breite ------------------ x Striche

Mit Kurzform wird x berechnet : x = 90 • 57 : 45 = **114 Striche werden gebraucht..**

c) Ansatz: 57 cm Breite ------------------ 90 Striche
38 cm Breite ------------------ x Striche

Mit Kurzform wird x berechnet : x = 90 • 57 : 38 = **135 Striche werden gebraucht..**

d) Ansatz: 57 cm Breite ------------------ 90 Striche
95 cm Breite ------------------ x Striche

Mit Kurzform wird x berechnet : x = 90 • 57 : 95 = **54 Striche werden gebraucht..**

8 a) Die Fahrzeit verhält sich **umgekehrt proportional** zur Geschwindigkeit. Dies lässt sich mit den Denkfiguren einfach beweisen:

1. Je schneller ich fahre, desto weniger lange brauche ich
2. Bei doppelter Geschwindigkeit brauche ich halb so lange
3. Bei Geschwindigkeit 0 (Stillstand) brauche ich unendlich lange… (theoretisch)

b) Hier rechnen wir mit den Formeln der Geschwindkeitsrechnung, also $t = \frac{s}{v}$

$t = \frac{0.4}{240} = 0.001666$ h = **6 s**

Seiten 17 / 18

Proportionalität und umgekehrte Proportionalität

8

c) $t = \frac{0.4}{350} = 0.001142857$ h = **<u>4.114 s</u>**

d) $t = \frac{0.4}{168} = 0.002380952$ h = **<u>8.571 s</u>**

e) $t = \frac{0.4}{24} = 0.01666$ h = **<u>1 min</u>**

9

Duschwasserverbrauch zur Duschzeit verhält sich **proportional**

Ansatz: 1 Minute Duschen ------------------ 7Liter
15 Minuten Duschen ---------------- x Liter

Mit Kurzform wird x berechnet : x = 7 • 15 : 1 = **<u>105 Liter. Heinz wird also weiterhin Duschen, da er dabei deutlich weniger Wasser verbraucht.</u>**

10

Zuleitungsmenge und Zuleitungszeit verhalten sich proportional.
Der Inhalt des Wasserreservoirs ist 35m³, also 35’000dm³ = 35'000 Liter.
Wenn das Teil jetzt zu 3/5 gefüllt ist, hat es also 21'000 Liter drin.

a) 80% gefüllt bedeutet, dass sich im Reservoir 28'000 Liter befinden müssen. Es fehlen also noch 7'000 Liter.

Ansatz: 1 Minute ------------------ 200 Liter
x Minuten ------------------ 7’000 Liter

Mit Kurzform wird x berechnet : x = 1 • 7'000 : 200 = **<u>35 Minuten.</u>**
<u>So lange dauert es, bis das Reservoir zu 80% gefüllt ist.</u>

b) Bis es ganz gefüllt ist, fehlen noch 14'000 Liter.

Ansatz: 1 Minute ------------------ 200 Liter
x Minuten ------------------ 14’000 Liter

Mit Kurzform wird x berechnet : x = 1 • 14'000 : 200 = **<u>70 Minuten.</u>**
<u>So lange dauert es, bis das Reservoir voll ist.</u> *(Dies könnte auch aus Aufgabe a) abgeleitet werden, weil in der Aufgabe b) die doppelte Anzahl Liter vorkommen, also auch doppelte Zeit.)*

11

a) Da das Reservoir jetzt zu Beginn halb voll ist, befinden sich in seinem Innern also 17'500 Liter Wasser. Das Reservoir muss zu 3/4 gefüllt sein, also 26250 Liter beinhalten, es fehlen noch 8750 Liter

Da sowohl die Zuleitung mit 200 l / min , als auch die Ableitung mit 150 l / min offen ist, kommen pro Minute effektiv 50 Liter ins Reservoir rein.

Ansatz: 1 Minute ------------------ 50 Liter
x Minuten ------------------ 8750 Liter

Mit Kurzform wird x berechnet : x = 1 • 8750 : 200 = **<u>175 Minuten.</u>**
<u>So lange dauert es, bis das Reservoir voll ist</u>

12

Die Preisverhältnisse sind also proportional (Verhältnisse sind gleich)

Ansatz: 3.90 (45’-billig) ------------------ 6.50 (120’-billig)
x (45’-teuer) ------------------ 8.75 (120’-teuer)

Mit Kurzform wird x berechnet : x = 3.90 • 8.75 : 6.50 = **<u>5.25. Dies ist der Preis der teuren 45’-Kassette.</u>**

13

a) Stundenlohn und Arbeitszeit sind proportional.

Für Handwerker Bitterli
Ansatz: CHF 90 ------------------ 1 Stunde
CHF 4800 ------------------ x Stunden

Mit Kurzform wird x berechnet : x = 1 • 4800 : 90 = **<u>53.3333 h = 53 h 20 min.</u>**

Für Handwerker Wiseli
Ansatz: CHF 100 ------------------ 1 Stunde
CHF 4800 ------------------ x Stunden

Mit Kurzform wird x berechnet : x = 1 • 4800 : 100 = **<u>48 h.</u>**

<u>Bitterli darf 53 h 20 min arbeiten, Wiseli muss es in 48h geschafft haben</u>

b) Jeder hat eine um 1/5 längere Arbeitszeit → also 6/5 der oben berechneten Arbeitszeit: Bitterli also 64 h, Wiseli hat 57.6 h = 57h 36 min
Damit ist der Stundenlohn:
Für Handwerker Bitterli
Ansatz: CHF x ------------------ 1 Stunde
CHF 4800 ------------------ 64 Stunden

Mit Kurzform wird x berechnet : x = 4800 • 1: 64 = **<u>CHF 75.--.</u>**

Für Handwerker Wiseli
Ansatz: CHF x ------------------ 1 Stunde
CHF 4800 ------------------ 57.6 Stunden

Mit Kurzform wird x berechnet : x = 4800 • 1 : 57.6 = **<u>CHF 83.33</u>**
<u>Bitterli hat also einen Stundenlohn von CHF 75, Wiseli einen von CHF 83.35.</u>

Seite 19

Proportionalität und umgekehrte Proportionalität

14

Der erste Bagger kann alles in 18 Tagen schaffen. Wir müssen uns also Fragen, wie weit er gekommen ist, wenn er alleine 7 Tage arbeitet:

Ansatz:	18 Tage	------------------- 1 (Ganze Arbeit)
	7 Tagen	------------------- x

Mit Kurzform wird x berechnet: $x = 1 \bullet 7 : 18 = \frac{7}{18}$ der ganzen Arbeit. Es fehlen also noch $\frac{11}{18}$.

Jetzt arbeitet der zweite Bagger mit. Er braucht für alles 26 Tage, pro Tag schafft er also $\frac{1}{26}$ der Arbeit. Unser erster Bagger schafft pro Tag aber $\frac{1}{18}$ der Arbeit. Also können wir feststellen, dass die beiden zusammen pro Tag $\frac{1}{26} + \frac{1}{18} = \frac{9+13}{234} = \frac{22}{234}$ pro Tag schaffen. Somit können wir festhalten.

Ansatz:	1 Tage	------------------- $\frac{22}{234}$ der ganzen Arbeit
	x Tage	------------------- $\frac{11}{18}$ der ganzen Arbeit

Mit Kurzform wird x berechnet : $x = 1 \bullet \frac{11}{18} : \frac{22}{234} = \frac{11 \bullet 234}{18 \bullet 22}$ = 6.5 Tage.

Der Gesamte Aushub dauert also 6.5 + 7 Tage = 13.5 Tage.

(diese Aufgabe lässt sich auch mit einer Gleichung lösen: $\frac{7}{18} + \frac{x}{18} + \frac{x}{26} = 1$)

15

Hier brauchen wir diverse Ansätze, dabei verhalten sich Konfitürenverbrauch und Familienmitglieder immer proportional.

Wie viel Konfitüre pro Tag?

Ansatz:	45 Port.	------------------- 30 Tage	
	x Port.	------------------- 1 Tag	x=1•45:30 = 1.5 Portionen / Tag.

Wie viel Konfitüre pro Kopf und Tag?

Ansatz:	1.5 Port.	------------------- 5 Köpfe	
	x Port.	------------------- 1 Kopf	x=1•1.5:5 = 0.3 Portionen / Kopf und Tag

Damit isst jedes Familienmitglied 0.3 Portionen pro Tag. Die Nichte isst doppelt so viel, also 0.6 Portionen pro Tag.

Wie viel Konfitüre isst die Nichte in den 5 Tagen ihres Besuches?

Ansatz:	x Port.	------------------- 5 Tage	
	0.6 Port.	------------------- 1 Tag	x=0.6•5:1 = 3 Portionen

Das bedeutet also, dass die Familie in diesem Monat 3 Portionen mehr braucht, also total 48 Portionen. Diese 3 Portionen machen aber CHF 1.80 Mehrkosten aus. Also können wir den Preis für eine Portion berechnen.

Was kostet eine Portion Konfitüre?

Ansatz:	3 Port.	------------------- CHF 1.80	
	1 Port.	------------------- CHF x	x=1.80•1:3 = CHF 0.60

Da die Familie pro Tag aber (wie oben berechnet) ohne Nichte 1.5 Portionen verbraucht, können wir die Konfitürenkosten für einen Tag berechnen:

Was kostet die Konfitüre pro Tag?

Ansatz:	1 Port.	------------------- CHF 0.60	
	1.5 Port.	------------------- CHF x	x=0.60•1.5:1 = CHF 0.90

Die Familie gibt pro Tag also CHF 0.90 für Konfitüre aus.