Name:

Mathematik-Dossier
9 – In Bewegung
(angepasst an das Lehrmittel Mathematik 2)

Inhalt:

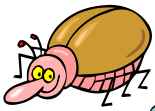
- **Weg – Zeit – Geschwindigkeit**
- **Reaktionsweg / Bremsweg / Anhalteweg**
- **Problemstellung „Kreuzen“ und „Überholen“, sowie „Vorbeifahren“**
- **Steigung und Gefälle**

Bemerkung

- **Ich verweise für weitere Übungen auf das offizielle Lehrmittel und die passenden Übungsaufgaben auf der Webseite www.mathematik-sek1.ch**

Verwendung:

Dieses Dossier dient der Repetition und Festigung innerhalb der obgenannten Themen. Es beinhaltet einen kurzen Theorie-Teil, sowie verschiedene Übungen mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden.

einfache Aufgaben sind mit einem  *gekennzeichnet*

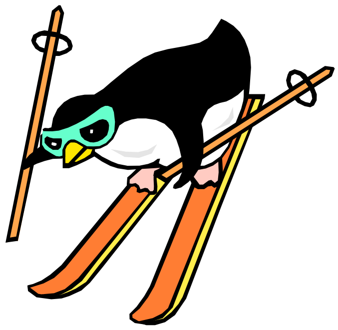
schwierigere Aufgaben sind mit einem  *gekennzeichnet.*

Die <u>Aufgaben müssen in der Freizeit</u> (oder in der Hausaufgabenstunde) <u>gelöst werden</u>. Sie können jederzeit zur Kontrolle abgegeben werden, die Lösungen können aber auch selbständig verglichen werden.

Wichtig: Die Aufgaben erfordern ein konzentriertes Vorgehen. Es ist daher sinnvoll, mindestens während 15 Minuten am Stück daran zu arbeiten, mit Vorteil bearbeitest du ein ganzes Kapitel aufs Mal.

1. Einführung und Fragestellung

1.1 Der Begriff der Geschwindigkeit



Der Begriff „schnell“ begleitet uns eigentlich jeden Tag. Doch was heisst es genau, „schnell“ zu sein? Die meisten Menschen werden dazu sagen, dass man oder etwas „schnell“ ist, wenn es in kurzer Zeit passiert.

- „Ich gehe schnell nach draussen“ würde dann heissen „Ich gehe *für eine kurze Zeitdauer* nach draussen“
- „Ich muss das noch schnell fertig machen“ bedeutet „Ich brauche nur noch *kurz Zeit*, bis ich fertig bin“

Etwas genauer noch trifft der sportliche Aspekt, weil hier zusätzlich zur Zeit auch die Distanz (Strecke) eine Rolle spielt:

- „Die Schweizer Skifahrer sind nicht so schnell unterwegs“ bedeutet ja eigentlich: „Die Schweizer Skifahrer brauchen *für die gleiche Strecke eine längere Zeit* als andere Athleten“
- „Die Stärke des Stürmers ist seine Schnelligkeit“ bedeutet „Der Stürmer rennt die gleiche Strecke in kürzerer Zeit als seine Gegner“.

Diese letzten beiden Sätze zeigen ganz genau, worauf es bei „schnell“ sein (oder eben: Geschwindigkeit) ankommt**: Geschwindigkeit bedeutet also eigentlich, einen bestimmten Weg (Strecke) in einer gewissen Zeit (Weg) zurück zu legen.**

Zudem begegnen wir dem Begriff „Geschwindigkeit“ auch beim Velo-, Auto- oder Töfflifahren. Dort gibt man die Geschwindigkeit ja auch mit „Kilometer pro Stunde“ oder „Stundenkilometer“ an.

2. Geschwindigkeit – Definition und Einheit

2.1 Definition von Begriffen rund um die Geschwindigkeit:

Um nicht zu viel Schreibarbeit zu haben, haben sich die Menschen einmal mehr auf eine Verwendung von Abkürzungen geeinigt: Überall verwenden wir die untenstehenden Abkürzungen (Variablen) für den Umgang mit Geschwindigkeit:

Weg:	**s**	(abgeleitet von dem Begriff „**S**trecke“)
Zeit:	**t**	(abgeleitet vom Begriff „**t**ime“)
Geschwindigkeit:	**v**	(abgleitet vom Begriff „**v**itesse“ / „**v**elocity“)

2.2 Die Einheit der Geschwindigkeit

Wie oben angedeutet, misst man mit der Geschwindigkeit, welche Strecke in welcher Zeit zurückgelegt wird. Um verschiedene Geschwindigkeiten vergleichen zu können. So hat man sich darauf geeinigt die **Anzahl Kilometer zu messen, die in einer Stunde zurückgelegt werden** (Kilometer pro Stunde). Ebenfalls gebräuchlich ist es, die **Anzahl Meter, die in einer Sekunde zurückgelegt werden**, zu messen (Meter pro Sekunde)

➔ $\frac{km}{h}$ Kilometer pro Stunde ➔ $\frac{m}{s}$ Meter pro Sekunde

Umrechnung zwischen den Einheiten:

$$\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}} \xrightarrow{\cdot\, 3{,}6} \frac{\mathbf{km}}{\mathbf{h}}$$

$$\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}} \xleftarrow{:\, 3{,}6} \frac{\mathbf{km}}{\mathbf{h}}$$

3. Umrechnung von Zeitangaben

3.1 Zeitangaben in Dezimalschreibweise umrechnen:

Die Zeit ist ja bekanntlich nicht zehn, sondern sechzig-, bzw. vierundzwanzigteilig. Dennoch lassen sich Zeitangaben von der Zeit- in die Dezimalschreibweise umrechnen und umgekehrt:

a) *Zeitschreibweise in Dezimalschreibweise (also z.B. alles in Stunden angeben → In grössten Teilen angeben):*
4:36:57.2 entspricht ja 4 Stunden, 36 Minuten, 57.2 Sekunden. Unsere Zieleinheit sind Stunden, also überlegen wir uns: Eine Minute ist der sechzigste Teil einer Stunde, eine Sekunde der 60 Teil einer Minute und somit der 3600 Teil einer Stunde. Entsprechend kann man also schreiben:

4:36:57.2 = 4 h 36min 57.2 s $= 4\text{ h} + \frac{36}{60}\text{ h} + \frac{57.2}{3600}\text{ h}$ = 4 h + 0.6 h + 0.01589 h = **4.61589 h**

Zeitschreibweise aufsplitten in h, min, s	Bruchschreibweise für Minuten und Sekunden	Bruchteile mit dem Taschenrechner berechnen.	Summe (gerundet) angeben.

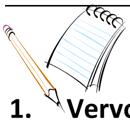
b) *Zeitschreibweise in Sekunden umrechnen:*
Nehmen wir das gleiche Beispiel: 4:36:57.2 entspricht immer noch 4 Stunden, 36 Minuten, 57.2 Sekunden. Da unsere Zieleinheit diesmal die Sekunden sind, überlegen wir, dass eine Minute sechzig Sekunden hat. Eine Stunde hat 60 Minuten und somit 3600 Sekunden. Entsprechend können wir relativ einfach alles in Sekunden umrechnen:

4:36:57.2 = 4 h 36min 57.2 s = 4 • 3600 s + 36 • 60 s + 57.2 = 14400 s + 2160 s + 57.2 s = **16617.2 s**

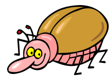
Zeitschreibweise aufsplitten in h, min, s	Multiplikation mit der Anzahl Sekunden pro Einheit	Produkte mit dem TR ausrechnen	Summe (gerundet) angeben.

c) *Dezimalschreibweise in Zeitschreibweise umrechnen:*
Im Prinzip müssen wir jetzt die Rückwärtsrechnung von a) machen. Dies bedarf aber einiger Erklärungen:

	4.61589 h	*Stunden in Ganze und „Bruchteile“ auftrennen.*
=	4 h + 0.61589	*„Bruchteil“-Stunden in Minuten (0.61589 • 60=36.9534)*
=	4 h + 36.9534 min	*Minuten in „Ganze“ und „Bruchteil“ auftrennen*
=	4 h + 36 min + 0.9534 min	*„Bruchteil-Minuten“ in Sekunden (0.9534 •60 = 57.2)*
=	4 h + 36 min + 57.2 s	*Diese Angabe noch in die Zeitschreibweise umschreiben.*
=	**4: 36 : 57.2**	



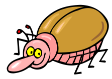
Aufgaben „Umrechnen von Geschwindigkeit und Zeitangaben“



1. Vervollständige die untenstehende Tabelle:

$\frac{km}{h}$	36		158	83	60		50	120		
$\frac{m}{s}$		2.5				8.6			15	39

2. Notiere die gegebenen Zeiten in dezimaler Schreibweise:



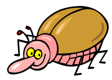
a) 4:33:56.16

b) 2:21:09

c) 23:23.23

d) 8:24:00.45

3. Notiere die gegebenen Zeiten in Sekunden:



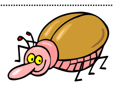
a) 3:31:26.6

b) 0.4564 d

c) 13:13:13.13

d) 8:04.3

4. Notiere die gegebenen Zeiten in Stunden, Minuten und Sekunden (Zeitschreibweise):



a) 12.4521 h

b) 0.5869 d

c) 19.23456 h

d) 0.01679 h

e) 0.435 h

f) 1.2864 d

4. Berechnung von Geschwindigkeit, Zeit und Strecke:

4.1 Berechnungen

Wie oben angesprochen, ist die Geschwindigkeit definiert als Quotient von Strecke und Zeiteinheit. Entsprechend lassen sich aus diesem Quotienten auch die beiden anderen Grössen berechnen. Alles in allem ergibt sich ein Dreieck wie in der Vorlage.

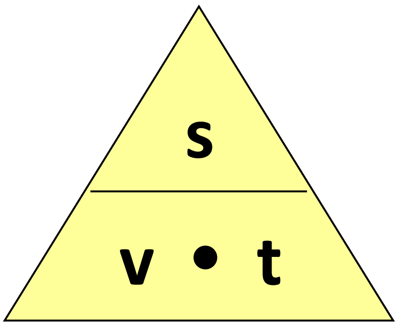
Die „gesuchte" Grösse muss man jeweils mit dem Finger abdecken und schon hat man die Berechnungs-Formel vor sich.

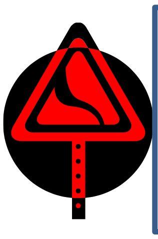
Entsprechend die Berechnungen:

Wie schnell ?: Geschwindigkeit = $\frac{\text{Strecke}}{\text{Zeiteinheit}}$ ➔ $v = \frac{s}{t}$

Wie weit?: Strecke = Zeit • Geschwindigkeit ➔ $s = v \cdot t$

In welcher Zeit?: Zeit = $\frac{\text{Strecke}}{\text{Geschwindigkeit}}$ ➔ $t = \frac{s}{v}$





Vorsicht mit Einheiten:

Entweder mit Meter und Sekunden oder mit Kilometer und Stunden rechnen.

Das bedeutet, dass man **VOR BEGINN der Rechnerei alle Werte in die entsprechenden Einheiten umrechnet**.

Beispiele:

a) Für die 2'358.9m lange Super-G Strecke braucht Anna Fenninger 1:38.80. Berechne die Durchschnitts-geschwindigkeit (in $^{m}/_{s}$ und $^{km}/_{h}$).

➔ *Gegeben:* *s= 2358.9m* *Gesucht:* *v*
t=1:38.80

1. Umrechnung in passende Einheiten: 1:38.80 =1 min 38.80 s = 60s + 38.8s = <u>98.8s</u>
(da die Strecke s in Metern gegeben ist, zielen wir auf die Einheit m/s, also muss die Zeit in Sekunden umgerechnet werden):

2. Passende Formel einsetzen: $v = \frac{s}{t} = \frac{2358.9}{98.8} =$ **<u>23.876 $^{m}/_{s}$</u>** (23.875 •3.6) = **<u>85.95 $^{km}/_{h}$</u>**

b) Bundesrätin Simonetta Sommaruga kann die gleiche Strecke mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 58.4km/h befahren. Berechne ihre Laufzeit.

➔ *Gegeben:* *s= 2358.9m* *Gesucht:* *t*
v = 58.4 $^{km}/_{h}$

1. Umrechnung in passende Einheiten: *58.4 $^{km}/_{h}$* =58.4 : 3.6 = = *<u>16.22</u> $^{m}/_{s}$*
(da die Strecke s in Metern gegeben ist, brauchen wir die Geschwindigkeit v in der Einheit m/s):

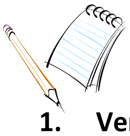
2. Passende Formel einsetzen: $t = \frac{s}{v} = \frac{2358.9}{16.22} =$ 145.41 s = **<u>2:25.41 (Laufzeit)</u>**

c) Tom Lüthi fährt mit dem Motorrad während 1:39.57 mit 120km/h. Wie weit kommt er in dieser Zeit?

➔ *Gegeben:* *t= 1:39.57* *Gesucht:* *s*
v = 120$^{km}/_{h}$

1. Umrechnung in passende Einheiten: *1:39.57 = 99.57s* *und* *120$^{km}/_{h}$ = 33.33 $^{m}/_{s}$*
(da die Zeit am Einfachsten in Sekunden umgerechnet werden kann, bleiben wir in der Einheit m/s):

2. Passende Formel einsetzen: s = v• t = 99.57• 33.33 = 3319 m = **<u>3.319 km</u>**



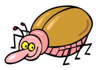
Aufgaben „Berechnungen mit Weg – Zeit - Geschwindigkeit“

1. Vervollständige die Tabelle (Auf 3 Kommastellen genau):

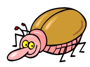
	Strecke / Weglänge	*Zeitdauer*	*Geschwindigkeit in* $^{km}/_{h}$	*Geschwindigkeit in* $^{m}/_{s}$
a)	12258.25 km	3:45:54		
b)	156m	1.34 min		
c)	1686km		123 km/h	
d)		6:45:23.2		120 m/s
e)	979.34 km	3:35:23.2		
f)	186 km		80 km/h	

2. Berechne die folgenden Aufgaben:

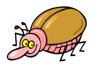
a) Wie weit kommt ein Velofahrer in 1min 56s (bei einer Geschwindigkeit von 45km/h)



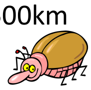
b) Wie schnell fährt ein Zug, der für 340km 2h 45min braucht?



c) Wie lange braucht ein Rollerblader, der mit 12km/h von Wetzikon nach Pfäffikon (7.2 km) fährt?

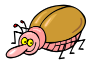


d) Mit welcher durchschnittlichen Reisegeschwindigkeit ist ein Flugzeug unterwegs, dass für eine 4500km lange Strecke eine Zeit von 11:34:43 braucht?

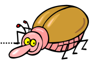


e) Wie lange hat ein Skifahrer für die 3400m lange Abfahrtsstrecke, wenn er durchschnittlich eine Geschwindigkeit von 95km/h erreicht?

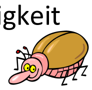
f) Wie weit kommt eine kleine Feldmaus, die während 2min 35s vor der bösen Katze flüchtet wenn sie mit einer Geschwindigkeit von 5.2m/s unterwegs ist?



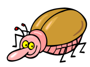
g) Du zeltest gemütlich in einem Bergtal. Plötzlich kommt ein Gewitter auf und du hörst den Donner 9 Sekunden nach dem Blitz. Wie weit weg befindet sich das Gewitter? (Schallgeschwindigkeit 330m/s)



h) Du stehst auf einer Aussichtsplattform und schreist „HALLO" in die Bergwelt, genau in Richtung einer grossen Felswand. Das Echo kommt nach rund 15 Sekunden zu dir zurück. (Schallgeschwindigkeit 330m/s). Wie weit ist die grosse Felswand von dir entfernt?



i) Ein erfolgreicher Velofahrer fährt an einem Rundrennen dreizehn Runden à 3240m mit einer Durchschnitts-Geschwindigkeit von 41 km/h. Wie lautet seine Siegerzeit?



k) Bei einer Filmvorführung werden pro Sekunde 22 Bilder projiziert. Die Filmvorführung dauert 15.2 Minuten. Berechne die Länge der Filmrolle, wenn jedes Bildchen eine Filmlänge von 7mm ausmacht

l) Heinz rennt um den Pfäffikersee. Er rennt die 12.2 km mit einer Geschwindigkeit von 24.4 km/h. Nun möchte er seine Laufzeit um einen Zehntel verbessern. Berechne, wie lange er dann braucht und welche Geschwindigkeit er dabei einhalten muss.

m) Hannelore rennt an einem Sponsorenlauf während 15 Minuten auf einer Rundbahn. Sie möchte am Schluss mindestens 5 km zurückgelegt haben. Nach 9 Minuten hat sie aber erst 2.5 km hinter sich. Berechne, mit welcher Geschwindigkeit sie den Rest der Strecke zurücklegen muss, um ihr Ziel zu erreichen.

n) Am 30km Langlaufrennen startet Hanspeter genau 1 Minute nach Jakob. Im Ziel aber kommt Hanspeter ganze 3:45 Minuten früher an als Jakob. Du weisst, dass Jakob eine durchschnittliche Geschwindigkeit von 3.2 m/s erreicht hat. Berechne jetzt die Laufzeiten für beide Athleten.

5. Das Problem von „Vorbeifahren“, „Überholen“ und „Kreuzen“

Die allgemeinen Berechnungen mit den Formeln rund um s, t und v können wir mit etwas nachdenken gut lösen. Es gibt nun aber einige Spezialüberlegungen, die wir uns natürlich auch noch machen sollten:

5.1 Vorbeifahren an einem festen Punkt (Ort, z.B. Bahnhofsvorstand, Signal, Tourist…)

<u>Gegeben:</u>

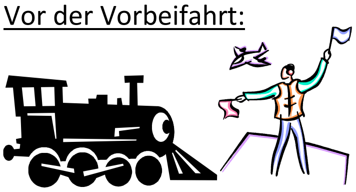
- Länge des vorbeifahrenden Zuges *(z.B. s = 600 m = 0.6 km)*
- Geschwindigkeit des Zuges *v* *(z.B. v = 120 km/h)*

<u>Gesucht:</u>

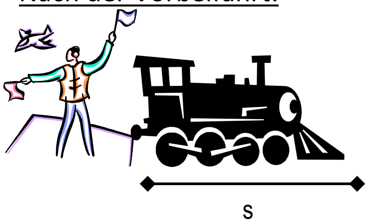
- Zeit der Vorbeifahrt *t* am Signal P

<u>*Situationsskizze:*</u>

<u>Vor der Vorbeifahrt:</u>



<u>Nach der Vorbeifahrt:</u>



<u>schematisch:</u>

Zug • **P**

Zug

<u>Feststellung:</u> **Der Zug hat sich um seine eigene Länge s bewegt**
➔ Also ist die Strecke s gleich der Zuglänge.

<u>Rechnung:</u> $t = \frac{s}{v}$, *also* $t = \frac{0.6}{120}$ *= 0.005 h =* ***<u>18s</u>***

5.2 Vorbeifahren an einer Strecke (z.B. an der Strecke stehender Zug, Tunneldurchfahrt, …)

<u>Gegeben:</u>

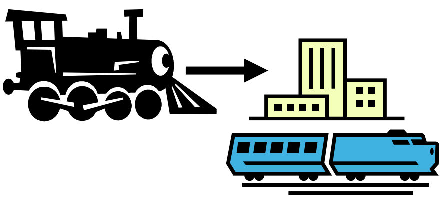
- Länge des fahrenden Zuges s_1 *(z.B.* s_1 *= 500m = 0.5km)*
- Länge des stehenden Zuges oder Länge des Tunnels = Strecke s_2 *(z.B.* s_2 *= 1500m = 1.5 km)*
- Geschwindigkeit des fahrenden Zuges *v* *(z.B. v= 100 km/h)*

<u>Gesucht:</u>

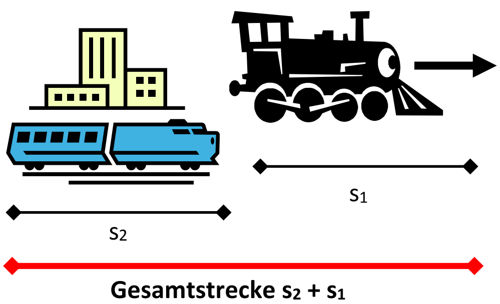
- Zeit der Vorbeifahrt *t* am stehenden Zug oder Zeit der Durchfahrt durch den Tunnel:

<u>*Situationsskizze:*</u>

<u>Vor der Vorbeifahrt:</u>



<u>Nach der Vorbeifahrt:</u>



<u>schematisch:</u>

Zug →

stehender Zug

Zug →

<u>Feststellung:</u> Der fahrende Zug hat sich um seine eigene Länge s_1 und um die Länge des stehenden Zuges s_2 bewegt. ➔ $\mathbf{s = s_1 + s_2}$

<u>Rechnung:</u> $t = \frac{(s_1 + s_2)}{v} = \frac{(0.5 + 1.5)}{100} = \frac{2}{100}$ = 0.02 h = ***<u>1 Minute 12 Sekunden</u>***

5.3 Überholen / sich in gleiche Richtung bewegen (z.B. zwei Autos auf der Autobahn, zwei Velofahrer, die IN GLEICHE RICHTUNG fahren)

Gegeben:

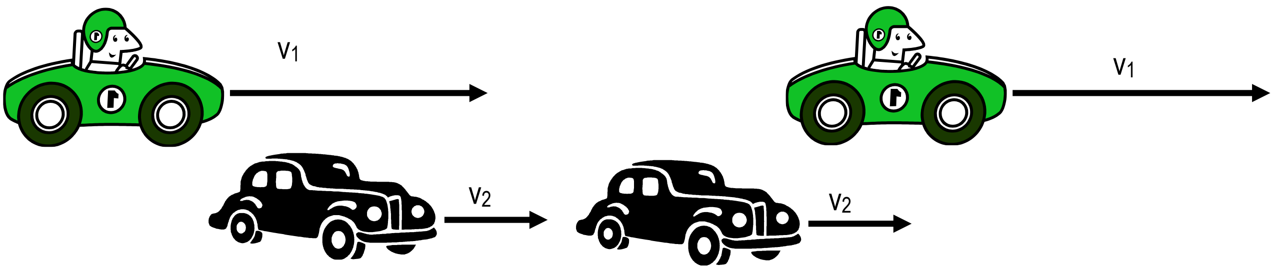
- Länge des überholenden (schnelleren) Fahrzeugs s_1 mit der Geschwindigkeit v_1
  (z.B. s_1 = 4m=0.004km , v_1 = 80km/h)
- langsameres, überholtes Fahrzeug mit der Länge s_2 und der Geschwindigkeit v_2
  (z.B. s_2 = 5m=0.005km, v_2 = 60km/h)

Gesucht:

- Zeit des Überholmanövers t

Situationsskizze:

Vor dem Überholen: Nach dem Überholen:



schematisch:

schnelles Fz. ➔ v_1 **schnelles Fz.** ➔ v_1

langsames Fz. ➔ v_2 **langsames Fz.** ➔ v_2

Beginn des Überholmanövers Ende des Überholmanövers

Um am langsameren Fahrzeug vorbeizufahren, **muss das schnelle Fahrzeug zusätzlich zur (gemeinsamen) Fahrstrecke des langsameren Fahrzeuges s_x seine Länge s_1** sowie die **Länge s_2 des überholten Fahrzeugs** zurücklegen. (Um die Überholzeit t zu bestimmen spielt aber die Länge der Fahrstrecke s_x keine Rolle, weil diese für beide Fahrzeuge gleich lang ist.)

Die **Überholgeschwindigkeit** (= Geschwindigkeit, um welche das schnellere Fahrzeug schneller fährt als das langsamere Fahrzeug) entspricht der **Differenz der beiden Geschwindigkeiten: $v_1 - v_2$.**

> ➔ **Beim Überholen/ sich in gleiche Richtung bewegen verwenden wir immer die Differenz der Geschwindigkeiten.**
>
> **Gleiche Richtung:** **Differenz der Geschwindigkeiten**
> **Summe der Strecken**

Formeln:

$\boxed{(v_1 - v_2) = \frac{(s_1 + s_2)}{t}}$ und entsprechend $\boxed{t = \frac{(s_1 + s_2)}{(v_1 - v_2)}}$ und ebenso $\boxed{(s_1 + s_2) = t \bullet (v_1 - v_2)}$

Rechnung: $t = \frac{(s_1 + s_2)}{(v_1 - v_2)} = \frac{(0.004 + 0.005)}{(80-60)} = \frac{0.009}{20}$ =0.00045 h = ***1.62 Sekunden***

5.4 Kreuzen / sich in Gegenrichtung bewegen (z.B. Kreuzende Velos, Autos, DIE SICH IN ENTGEGEN GESETZTE RICHTUNG bewegt.)

Gegeben:

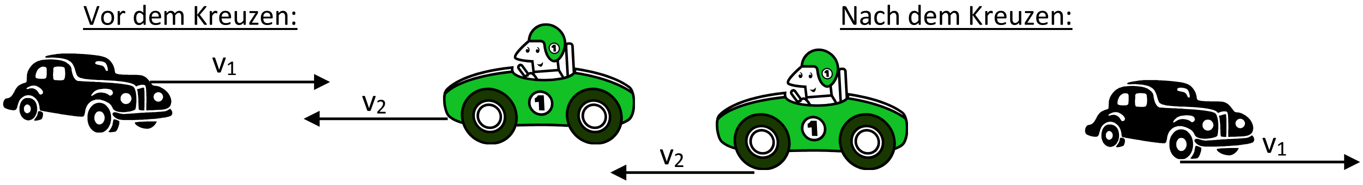
- Länge des Fahrzeugs s_1 mit der Geschwindigkeit v_1 *(z.B.0.1km, 80km/h)*
- entgegenkommendes Fahrzeug mit der Länge s_2 und der Geschwindigkeit v_2 *(z.B.0.2km, 50km/h)*

Gesucht:

- Zeit des Kreuzens t

Situationsskizze:

Vor dem Kreuzen: Nach dem Kreuzen:



Da sich die beiden Fahrzeuge in die entgegengesetzte Richtung bewegen, wird die vorgegebene Strecke mit der **Summe der beiden Geschwindigkeiten** bewältigt.

Reines Kreuzen heisst also, dass sich jedes beteiligte Fahrzeug um die Summe der beiden Fahrzeuglängen $s_1 + s_2$ bewegt.

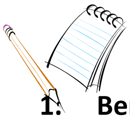
> ➔ **Beim Kreuzen / sich in entgegengesetzte Richtung bewegen rechnen wir immer mit der Summe der Geschwindigkeiten.**
>
> **Entgegengesetzte Richtung:** **Summe der Geschwindigkeiten**
> **Summe der Strecken**

Kreuzungsweg: $s_1 + s_2$

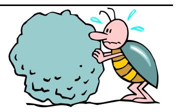
Kreuzungsgeschwindigkeit: $v_1 + v_2$

Formeln:

$(v1 + v2) = \frac{(s_1 + s_2)}{t}$ d. h. $\boxed{t = \frac{(s_1 + s_2)}{(v_1 + v_2)}}$



Aufgaben „Berechnungen mit Kreuzen, Überholen, Vorbeifahrt“



1. Berechne die folgenden Aufgaben:

a) Ein Mann geht zu Fuss den 5 km langen Weg von A nach B. Er marschiert mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h. Gleichzeitig ist in B ein Radfahrer weggefahren, der ihm mit 20 km/h entgegenkommt. Wann ist der Treffpunkt und wie weit von A entfernt?

b) Auf dem Sonntagsspaziergang wird es Bethli 4 km ausserhalb von A sehr schlecht. Sie windet sich am Boden. Der Vater beschliesst, den Arzt in A zu holen und rennt mit 10 km/h zurück. Unverzüglich fahren der Arzt und der Vater mit dem Auto mit 60 km/h zum kranken Kind.
   1) Wann erhält das Kind frühestens ärztliche Hilfe?
   2) Um wie viele Minuten trifft Bethli früher auf den Arzt, wenn es mit seiner Mutter mit 1.8 km/h Richtung A geht?

c) Ein Zug von 350m Länge fährt durch den Gotthard-Tunnel (15.6km). Wie lange hat der Zug für die vollständige Durchfahrt durch den Tunnel (also vom „Eintritt“ der Lok in den Tunnel bis der letzte Wagen wieder aus dem Tunnel raus ist), wenn der Zug mit einer Geschwindigkeit von 110 km/h unterwegs ist?

d) Ein Radfahrer startet in Pfäffikon und fährt nach Uster. Für die 6.62 km hat er eine Fahrzeit von 18min eingeplant. In Uster angekommen möchte er seinem Kumpel ein Couvert übergeben (Zeitdauer 5min). Danach fährt er mit gleicher Geschwindigkeit wieder zurück.
   1) Berechne, wie lange der Radfahrer für die gesamte Reise braucht.
   2) Berechne, welche Durchschnittsgeschwindigkeit er dabei erreicht (wenn man die Übergabe auch berücksichtigt.)
   3) Berechne, wie viel Zeit der Radfahrer einsparen kann, wenn ihm sein Kumpel mit einer Geschwindigkeit von 4km/h entgegenspaziert (Sie starten dabei gleichzeitig, wofür gibt es schliesslich Handys?)

e) Du fährst um 14 Uhr mit dem Velo nach Zürich (18 km) mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 10 $^{m}/_{s}$. Deine Kollegin fährt mit dem Töffli zehn Minuten später ab, trifft aber gleichzeitig beim Treffpunkt in Zürich ein.
   1) Um welche Zeit trefft ihr in Zürich ein?
   2) Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit fährt die Kollegin mit dem Töffli?
   3) In Fehraltorf kontrolliert die Polizei die Geschwindigkeit. Was wird dir die Kollegin in Zürich erzählen?

f) Wie weit kommt ein Lichtstrahl in 8.4 min, wenn die Lichtgeschwindigkeit 300'000 $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ beträgt?

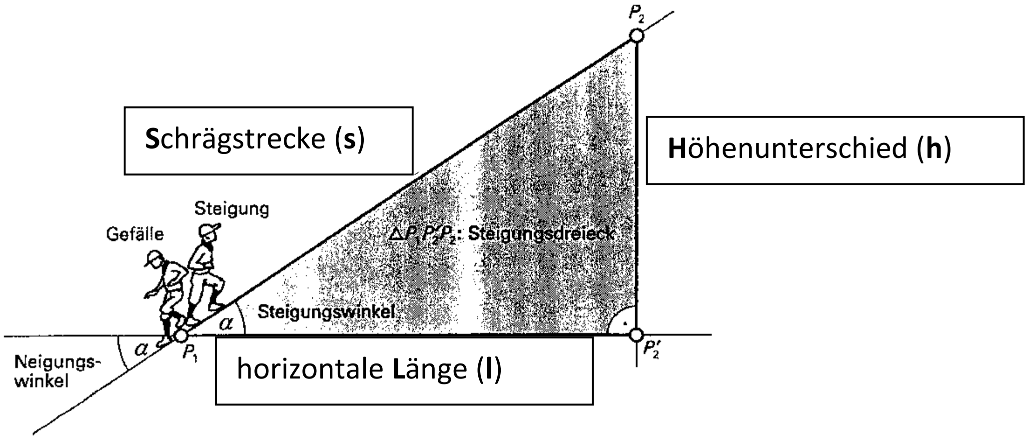
g) Die NASA zündet von ihrem texanischen Kontrollzentrum aus per Funk auf der Mondstation (384'000 km von der Erde entfernt) einen Laserstrahl. Nach welcher Zeit (auf Hundertstelssekunden genau) wird das Aufblitzen auf der Erde registriert. (Laser und Funk haben Lichtgeschwindigkeit, siehe Aufgabe f, oben). Tipp: Zeichne eine Skizze mit dem Weg des Laserstrahls und des Funksignales.

6. Steigung und Gefälle

6.1 Begriffe und Steigungsdreieck

Auch die Begriffe „Steigung“ und „Gefälle“ kennen wir aus unserem Alltag: Wenn zu zum Beispiel nach Hause (oder in die Schule) läufst, geht es manchmal „bergauf“, manchmal „bergab“. Von dir aus gesehen hat es dann eine „**Steigung**“, wenn du **bergauf** gehen muss, ein **Gefälle**, wenn es **bergab** geht. Dies kann man auch so darstellen:

Dieses Steigungsdreieck hat drei Seiten: Die Schrägstrecke, den Höhenunterschied und die horizontale Länge



Ebenfalls eingetragen ist der Steigungswinkel (und der Neigungswinkel), welcher für die Berechnung der Steigung allerdings keine grosse Rolle spielt.

6.2 Berechnung der Steigung

Die besondere Schwierigkeit an der **Steigung (Steigungszahl)** ist, dass man sie im **Dreieck nicht sehen kann**. Sie ist keine sichtbare Grösse, sondern **sie ist ein Quotient,** nämlich das Ergebnis der Division **von Höhenunterschied durch horizontale Länge**, also das „Verhältnis“ zwischen dem Höhenunterschied und der horizontalen Länge.

Steigung (Steigungszahl) a $= \dfrac{\text{Höhenunterschied}}{\text{Horizontale Länge}} = \dfrac{h}{l}$ und es gilt $\dfrac{h}{a \bullet l}$

Will man die Steigungszahl (wie das normalerweise gemacht wird) in Prozenten angeben, so muss man das Ergebnis dieser Division noch mal 100 rechnen (→ Verwandlung von Dezimalzahl in Prozentzahl)

Ist eine Steigung in Prozent angegeben und man will daraus den Höhenunterschied oder die horizontale Länge berechnen, so muss man die Steigung zuerst durch 100 teilen (→ Verwandlung von Prozentzahl in Dezimalzahl)

Wichtig: Eine Steigung von 1 (100%) bedeutet, dass Höhenunterschied und horizontale Länge gleich gross sind! (Der Steigungswinkel ist dabei 45°).

Aus all diesen Betrachtungen und Formeln folgt:

→ Der Höhenunterschied und die Steigung verhalten sich proportional.

→ Steigung und horizontale Länge verhalten sich umgekehrt proportional

→ Der Steigungswinkel allerdings ist nicht proportional zu irgendeiner dieser anderen Grössen.

6.3 Berechnung einer der drei Dreiecksseiten

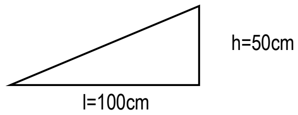
In einzelnen Fällen kommt es vor, dass vom Steigungsdreieck eine der drei Seiten gesucht ist. In diesem Fall darf man getrost auf den guten alten Pythagoras zurückgreifen. Dank seinem Satz können wir aus zwei gegebenen Dreiecksseiten die dritte jederzeit berechnen:

Somit gilt: $s = \sqrt{h^2 + l^2}$ $h = \sqrt{s^2 - l^2}$ $l = \sqrt{s^2 - h^2}$

> **Achtung: Die Schrägstrecke ist nicht die Steigung.**
> Die Steigung sieht man nicht, sie sagt nur aus, wie viel der Höhenunterschied in Prozent der horizontalen Länge ausmacht.

6.4 Anwendungsbeispiele (→ bei denen es sich lohnt, mit einer Skizze zu arbeiten):

a) Berechne die Steigung einer Rampe (in Prozent), die einen Höhenunterschied von 50cm über eine horizontale Länge von 1m überwindet.

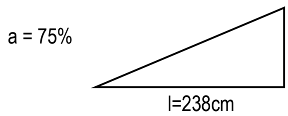


→ **Gegeben** sind also h = 50cm und l = 100cm *(Achtung, es müssen natürlich gleiche Einheiten vorliegen)*

Die Steigung lässt sich jetzt berechnen mit $a = \frac{h}{l} = \frac{50}{100}$, also $\underline{a = 0.5}$.

Da das Ergebnis in Prozenten verlangt ist, müssen wir es noch mit 100 multiplizieren:
Es ergibt sich also eine **Steigung von 50%** *(mit anderen Worten: Der Höhenunterschied ist halb so gross wie die horizontale Länge)*

b) Wie gross ist der Höhenunterschied an einer Rampe, wenn du weisst, dass die Steigung 75% und die horizontale Länge 238 cm beträgt?



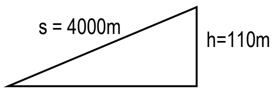
→ **Gegeben** sind also a= 75% und l = 238cm
Wir müssen aus der Steigung und der horizontalen Länge den Höhenunterschied berechnen.

→ Bevor wir aber mit der Steigung rechnen können, müssen wir die Prozentzahl in eine Dezimalzahl verwandeln: 75% = 0.75. Somit ist a= 0.75

→ Aus der Formel (siehe Formeldreieck) ist $h = a \bullet l$, also $0.75 \bullet 238 = \underline{178.5}$.

Der Höhenunterschied ist also **178.5 cm.** *(Zur Bedeutung der Steigung: Der Höhenunterschied ist genau 75% der horizontalen Länge. Und genau das wird durch die Steigung ausgedrückt: Wie viel Prozent der horizontalen Länge beträgt der Höhenunterschied?)*

c) Ein Autobahnabschnitt von 4km Länge (Fahrbahnlänge) überwindet einen Höhenunterschied von 110m. Berechne die Steigung in Prozent.



→ **Gegeben** sind also s= 4000m und h = 110m (Achtung: Gleiche Einheiten!)

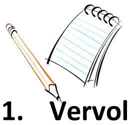
→ Nun haben wir das Problem, dass wir die Steigung nur aus Höhenunterschied und der horizontalen Länge berechnen können. Also müssen wir zuerst aus der Schrägstrecke und dem Höhenunterschied die horizontale Länge berechnen. Dazu verwenden wir Pythagoras:

$$\Rightarrow l = \sqrt{s^2 - h^2} = \sqrt{4000^2 - 110^2} = 3998.487 \text{ m}$$

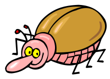
→ Jetzt können wir mit der „normalen" Berechnung fortfahren: Steigung $a = \frac{h}{l} = \frac{110}{3998.487} = 0.02751$.

→ Da die Steigung wiederum in Prozent verlangt ist, müssen wir das Ergebnis mal 100 rechnen.
$a = 0.02751 \bullet 100 = 2.751\%$

Die Steigung der Autobahn beträgt also 2.75%



Aufgaben „Steigung und Gefälle“

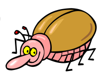


1. Vervollständige die folgende Tabelle (runde auf 2 Kommastellen, wenn nötig)

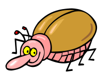
Höhenunterschied	*Horizontale Länge*	*Länge der Schrägstrecke*	*Steigung*
140 m	3500m		
	600 m	605 m	
1800 m		3, 520 km	
1320 m			275%
	75 m		42 ‰ (Angabe in Promille!)

<u>Berechnungen</u>:

2. Eine schöne, alte Eisenbahn überwindet auf einer Streckenlänge (Schienenlänge) von 25 km einen Höhenunterschied von 654 m. Berechne die durchschnittliche Steigung in %. (auf 1 Dezimale genau)



3. Berechne den Höhenunterschied, wenn du weisst, dass die Steigung 45% und die horizontale Länge 158 m beträgt.



4. Wie gross ist die Steigung: ***(Tipp zu dieser Aufgabe: Setze an passender Stelle eine möglichst einfache Zahl oder die Variable x ein!)***

a. wenn die Schrägstrecke um 23% grösser ist als die horizontale Länge?
b. wenn der Höhenunterschied um 35% kleiner ist, als die Schrägstrecke
c. wenn die horizontale Länge 32% des Höhenunterschiedes beträgt.

5. **Während 5 Minuten fährt ein Zug mit 69km/h durch eine herrliche Berglandschaft. Dabei wird ein Höhenunterschied von 130m bewältigt. Berechne die Steigung der Strecke in %.** ***(Achtung, du musst hier noch mit Geschwindigkeit, Zeit und Weg rechnen!*****)**

6. **Ein Helikopter startet im Punkt A und fliegt mit einer konstanten Steigung von 25.3%. Nach 320 Sekunden überfliegt er den Punkt B, welcher 13 km von A entfernt liegt.** ***(Achtung, ein Helikopter fliegt eigentlich immer in der Luft und nicht dem Boden entlang...!*****)**
   a. **Zeichne eine Skizze und beschrifte sie entsprechend**
   b. **Berechne die Fluggeschwindigkeit des Helikopters in km/h oder m/s**

7. **Erkläre kurz, warum alle Passstrassen immer schön im Zickzack den Berg hinauf führen und die Bahn grössere Berge ebenfalls mit Kehren (z.B. Wassen – Kehrtunnels auf der Gotthard-Route) bewältigen. Argumentiere mit mathematischen Begriffen und arbeite mit Skizzen zur Veranschaulichung.**