Name:

Mathematik-Dossier
3 – Funktionale Zusammenhänge
(angepasst an das Lehrmittel Mathematik 2)

Inhalt:

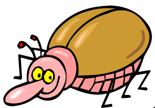
- **Verhältnisse und Verhältnisgleichungen**
- **Proportionalität – Denkfigur, Ansatz und Lösungsverfahren**
- **Umgekehrte Proportionalität – Denkfigur, Ansatz und Lösungsverfahren**

Bemerkung

- **Der Lehrmittelbereich 3a – Zuordnungen und Abhängigkeiten ist im Dossier nur in Form des Graphen von proportionalen und umgekehrt proportionalen Grössen enthalten. Ich verweise da auf das offizielle Lehrmittel und die passenden Übungsaufgaben auf der Webseite www.mathematik-sek1.ch**

Verwendung:

Dieses Dossier dient der Repetition und Festigung innerhalb der obgenannten Themen. Es beinhaltet einen kurzen Theorie-Teil, sowie verschiedene Übungen mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden.

einfache Aufgaben sind mit einem  *gekennzeichnet*

schwierigere Aufgaben sind mit einem  *gekennzeichnet.*

Die <u>Aufgaben müssen in der Freizeit</u> (oder in der Hausaufgabenstunde) <u>gelöst werden</u>. Sie können jederzeit zur Kontrolle abgegeben werden, die Lösungen können aber auch selbständig verglichen werden.

Wichtig: Die Aufgaben erfordern ein konzentriertes Vorgehen. Es ist daher sinnvoll, mindestens während 15 Minuten am Stück daran zu arbeiten, mit Vorteil bearbeitest du ein ganzes Kapitel aufs Mal.

1. Verhältnisse und Verhältnisgleichungen

1.1 Begriffsdefinitionen

Aus unserem täglichen Leben kennen wir den Begriff „Verhältnis“ sicherlich schon ganz gut. Wer wurde nicht schon gefragt, wie denn das Verhältnis zu den Eltern, oder das Verhältnis zu einem anderen Schüler, zum Lehrer oder wem auch immer sei? Und in der Klatschpresse ist auch immer wieder zu lesen, dass zwei Promis ein heimliches Verhältnis haben.

Verhältnisse prägen aber auch sonst unser Leben, so spielen wir z.B. Fussball, um ein möglichst positives Torverhältnis zu haben, um mehr Tore als der Gegner zu erzielen etc.

Beispiele von Verhältnissen:

- Bei einem Rechteck: Länge : Breite → Länge zu Breite (m, cm..)
- Verteilung von Kuchenstücken: Anzahl Stücke → 5 Stücke zu 2 Stücken
- Sport: Tore bei ZSC-Kloten 5:2 → 5 zu 2
- Menschen: Heinz und Klara → Heinz zu Klara

Wenn wir all diese Beispiele anschauen, fällt uns auf, dass die beiden Grössen, welche in einem Verhältnis zueinander stehen, immer auf irgendeine Art miteinander verbunden sind oder voneinander abhängig. Es nützt nichts, bei der Verteilung von Kuchenstücken auf zwei Personen nur den Anteil der einen Person anzugeben, es nützt auch nichts, wenn ein Fussballteam alleine spielt. **Es braucht einen „verbundenen“ Partner. Und zu diesem besteht dann eben das Verhältnis.**

Der Wert eines Verhältnisses entspricht dem Wert des entsprechenden Quotienten:

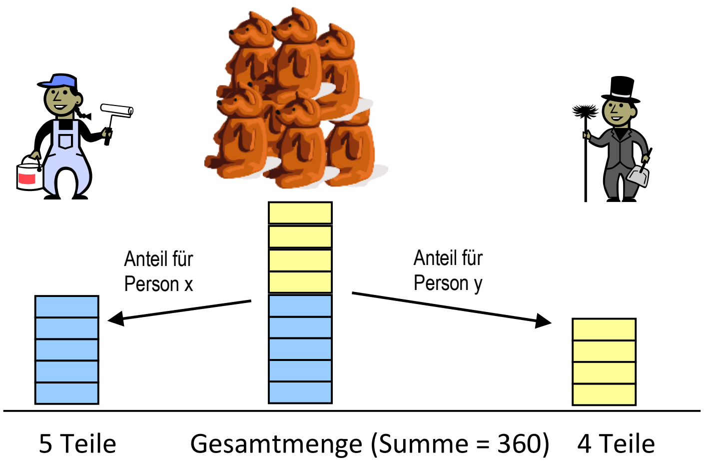
$$\frac{\text{Grösse1}}{\text{Grösse 2}} = \text{„Verhältniswert“}$$

1.2 Verhältnisse – Anwendung mit Hilfe von Anteil-Überlegungen und Verhältnisgleichungen.

1.2.1 Zwei Zahlen x und y verhalten sich wie 5 : 4. Wie heissen die beiden Zahlen, wenn du weisst, dass ihre Summe 360 beträgt?

Lösungsidee:

$x : y = 5 : 4$ (auch schreibbar als: $\frac{x}{y} = \frac{5}{4}$).



Verstehen wir das so, dass eine bestimmte Menge von Etwas (z.B. 360 Gummibärchen) zwischen der Person x und der Person y aufgeteilt werden. Dabei erhält die Person x also 5 Teile, die Person y erhält 4 Teile.

→ Insgesamt werden also 9 gleiche Teile verteilt (5 + 4 = 9). So wissen wir, dass die Summe 360 also 9 Teilen entspricht.

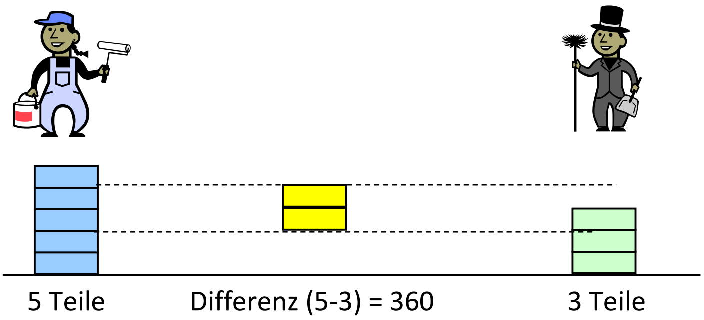
Lösung:	$9t = 360$	$\|\| : 9$	
	$t = 40$		→ Ein Teil ist also 40.

Somit ist x = 200 (5 Teile à 40 Bärchen → 5•40) und die Zahl y = 160 (4 Teile à 40 Bärchen → 4•40).

1.2.2 Zwei Zahlen x und y verhalten sich wie 5 : 3. Wie heissen die beiden Zahlen, wenn du weisst, dass ihre Differenz 360 beträgt?

Lösungsidee:

x : y = 5 : 3 (auch schreibbar als: $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$).



Verstehen wir das so, dass eine bestimmte Menge von Etwas (z.B. x Gummibärchen) zwischen der Person A und der Person B aufgeteilt werden. Dabei erhält die Person A also 5 Teile, die Person B erhält 3 Teile.

➔ Die Differenz der beiden Zahlen beträgt 360, was bedeutet, dass auch 5 Teile – 3 Teile = 2 Teile 360 beträgt. Also wissen wir, dass 2 Teile 360 „Gummibärchen" betragen. 1 Teil ist damit aber 180 (360 : 2).

Somit ist x =900 (5 Teile à 180 Bärchen → 5•180) und die Zahl y = 540 (3 Teile à 180 Bärchen → 4•180).

1.2.3 In einem Rechteck beträgt das Verhältnis von Länge zu Breite 3 zu 2. Notiere alle möglichen Zahlen, die für Länge und Breite in Frage kommen.

Länge : Breite = 3 : 2 (auch schreibbar als: $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$).

Hier können wir den Quotienten $\frac{3}{2}$ als gekürzten Bruch verstehen. Wir können uns also auf die Suche nach Brüchen mit dem gleichen Wert begeben. Es kommen also in Frage:

Länge : Breite = 3:2 = 6: 4 = 9: 6 = 12 : 9 = 15 : 12 … usw.

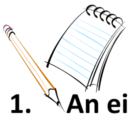
1.2.4 In einem Rechteck mit der Breite 6cm beträgt das Verhältnis von Länge zu Breite 7 : 4. Wie gross ist die Länge?
(Dieses Problem wird jetzt mit Hilfe einer „Verhältnisgleichung" gelöst)

$\frac{\text{Länge}}{\text{Breite}} = \frac{7}{4}$ ➔ $\frac{x}{6} = \frac{7}{4}$ || • HN (12)

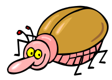
$2x = 21$ || : 2

$x = 10.5$ **Also misst die Länge 10.5 cm.**

Bemerkungen / Fragen / Notizen:



Aufgaben „Verhältnisse und Verhältnisgleichungen“



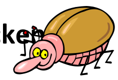
1. An einer Abstimmung nehmen 4 von 13 Stimmberechtigen teil.

a. Wie viele Menschen haben an der Abstimmung teilgenommen, wenn du weisst, dass es insgesamt 7.67 Millionen stimmberechtigte Personen gibt?

b. Von den eingegangenen Stimmen haben die Ja – Stimmen ein Verhältnis von 5:3 gegenüber den Nein-Stimmen erreicht. Berechne die Anzahl Nein-Stimmen.

c. Die zweite Vorlage wurde in einem Verhältnis von 7 : 3 abgelehnt. Berechne die Anzahl Ja- und Nein-Stimmen.

2. Eine Strecke von 16cm Länge wird in zwei Teilstrecken zerlegt. Berechne jede der beiden Teilstrecken.



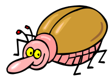
a. Wenn du weisst, dass sich die Teilstrecke 1 zur Teilstrecke 2 wie 5:3 verhält.

b. Wenn die erste Teilstrecke doppelt so gross ist, wie die zweite.

c. Wenn die erste Teilstrecke zwei Drittel der zweiten Teilstrecke lang ist.

d. Wenn sich die Teilstrecken wie 5: 13.2 verhalten.

3. **Ein Geldbetrag wird auf zwei Personen verteilt. Berechne die beiden Anteile, wenn**



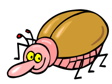
a. sich die Anteile wie 5:2 verhalten und ihre Summe CHF 670 beträgt.

b. sich die Anteile wie 5 : 3.2 verhalten und ihre Differenz CHF 180.—beträgt.

c. sich die Anteile wie 5: 19 verhalten und du weisst, dass die erste Person CHF 450 weniger erhält, als die zweite.

d. sich die Anteile wie 3.5: 1.9 verhalten und die zweite Person CHF 380.—erhält.

4. **Zwei Zahlen x und y verhalten sich wie 4: 9. Wie heissen die beiden Zahlen, wenn du weisst, dass**



a. die grössere der beiden 985 ist?

b. die kleinere der beiden 985 ist?

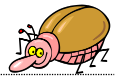
c. die Summe der beiden 988 beträgt?

d. die Differenz der beiden 985 beträgt?

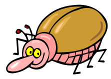
5. Eine quaderförmige Baugrube von 50 m Länge, 40 m Breite und 4.5 m Höhe wird gleichzeitig von zwei verschieden grossen Baggern ausgehoben. Welches Erdvolumen hebt jeder der beiden Bagger aus, wenn

a) der kleine halb so viel baggert wie der grosse?

b) der grosse fünfmal so viel baggert wie der kleine?

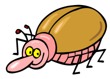


c) die ausgebaggerten Volumen sich verhalten wie 3.2 : 5.8 ?



6. Bestimme die Lösung der folgenden Verhältnisgleichungen (Bestimme die Zahl x).

a. $\frac{39}{6} = \frac{x}{11}$



b. $\frac{25.5}{19.25} = \frac{12}{x}$

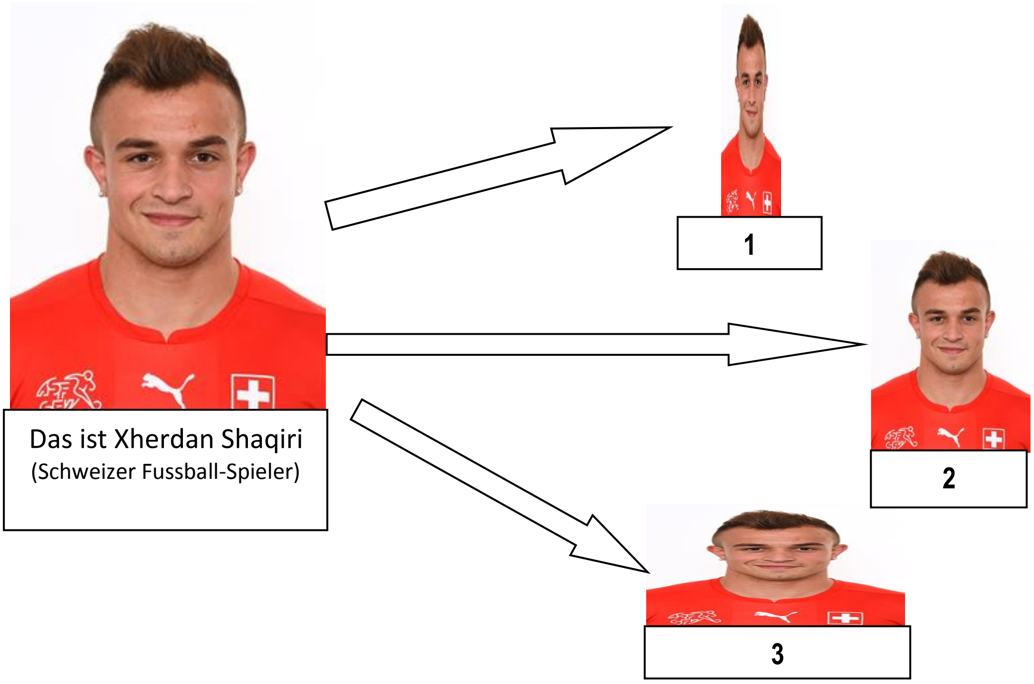
c. $0.59 = \frac{12}{x}$

d. $\frac{x}{4} = \frac{x+3}{10}$

2. Proportionalität

2.1 Einführung und Anwendungsbeispiele

Auch der Begriff der „Proportion“ bedeutet nichts anderes als „Verhältnis“. Gerade bei heranwachsenden Jugendlichen (Teenager) spricht man häufig davon, dass die Proportionen des Körpers noch nicht so richtig stimmen, wenn man „zu lange Beine oder Arme für die Körpergrösse“ hat. Proportionalität bedeutet also nichts anderes, als „Rechnen mit Verhältnissen“. Diese Verhältnisse sind für uns sofort ersichtlich:



Xherdan Shaqiris Bild wird verkleinert. Dabei kann jeder von uns allen sofort erkennen, welches das „korrekt“ verkleinerte Bild ist (die Nr. 2). Denn nur dort stimmt die Proportion (das Verhältnis) von Länge zu Breite.

Proportionalität ist eines der wichtigsten Themen überhaupt, sie hat eine sehr grosse Alltagsbedeutung und kommt fast überall vor. Mit Proportionen rechnen zu können ist also ein Teil der Allgemeinbildung.

Anwendungsgebiete (Auswahl):

Kochen (Rezept für 4 Personen umrechnen, wenn man 6 oder 8 Gäste hat..)
Geld (Einkaufen, Geldwechsel bei Reisen..)
Kartenlesen, Pläne zeichnen (Kartenmassstab)
Ähnlichkeit (Geometrie, Massstäblichkeit, Planlesen)
Architektur (Massstäblichkeit)

2.2 Definition

Zwei Grössen sind zueinander proportional, wenn **alle entsprechenden Verhältnisse gleich** sind. Entsprechende Verhältnisse bedeutet: alle werden auf die gleiche Art gebildet und dann verglichen.

Beispiele:

Preisliste Kartoffeln	
Menge (kg)	Preis in CHF
1	1.40
2	2.80
5	7.—
10	14.—

Der **Preis verhält sich proportional zur Menge**, denn *alle entsprechenden Verhältnisse sind gleich*!

Es werden hier als Beispiel die entsprechenden Verhältnisse von Menge und Preis gebildet!

$\frac{1}{2} = \frac{1.40}{2.80}$ und $\frac{2}{5} = \frac{2.80}{7}$ und $\frac{5}{10} = \frac{7}{14}$

alle Verhältnisse haben den Wert 0.5

Preisliste Taschenrechner	
Anzahl TR	Preis in CHF
1	25.—
10	250.—
20	460.—
40	900.—

Der **Preis verhält sich nicht proportional zur Anzahl**, denn die entsprechenden Verhältnisse sind nicht alle gleich!

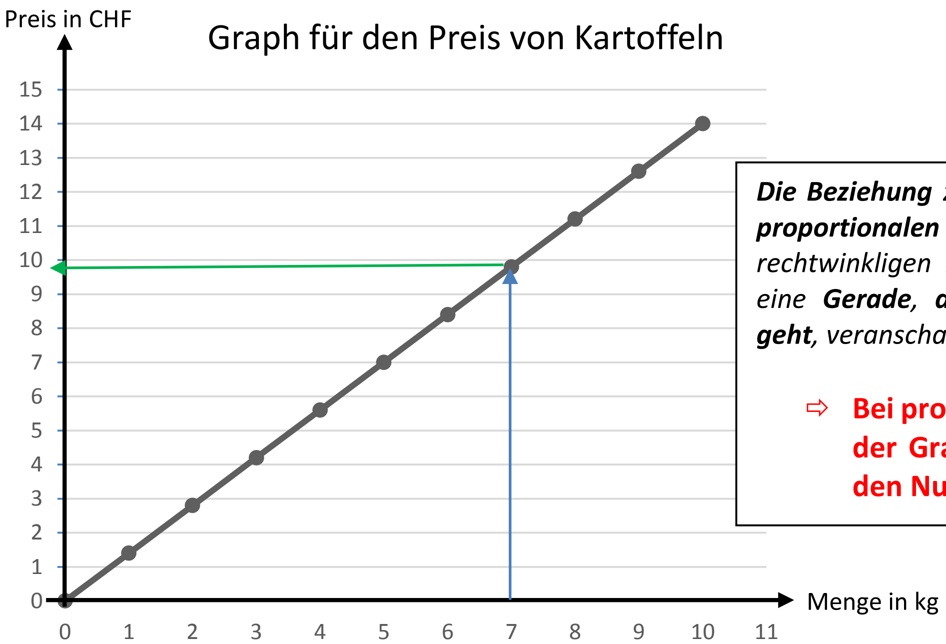
Es werden hier als Beispiel die entprechenden Verhältnisse von Menge und Preis gebildet!

$\frac{1}{10} = \frac{25}{250}$ aber $\frac{10}{20} \neq \frac{250}{460}$ und $\frac{20}{40} \neq \frac{460}{900}$

Die Proportionalität wird durch den hier ersichtlichen Mengenrabatt gestört!

2.3 Der „Graph“

Zwei Grössen werden einander zugeordnet. Im Beispiel die Menge und der Preis von Kartoffeln. Auf diese Weise wird ein Zahlenpaar gebildet, das diese Verknüpfung „abbildet“. Werden verschiedene solche Zahlenpaare dann im rechtwinkligen Koordinatensystem eingetragen und verbunden, so entsteht eine graphische Darstellung dieser Zuordnung (Die voneinander abhängigen Werte werden abgebildet). **Diese graphische Darstellung wird als „Graph“ bezeichnet.**



***Die Beziehung** zwischen zwei zueinander **proportionalen Grössen** wird im rechtwinkligen Koordinatensystem durch eine **Gerade, die durch den Nullpunkt geht**, veranschaulicht.*

⇨ **Bei proportionalen Grössen ist der Graph eine Gerade durch den Nullpunkt!**

Entsprechend kann der Preis auch aus dem Graphen herausgelesen werden
→ Bei 7 kg vertikal bis zum Graphen gehen, dann horizontal den Preis ablesen (= CH 9.80)

Bei Proportionalität ist der Quotient zweier Grössen konstant (immer gleich): $\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{y}}$ **= konst.**

2.4 Denkfiguren zur Überprüfung, ob sich zwei Grössen proportional verhalten

Ob sich zwei Grössen proportional verhalten, kann man anhand der Denkfiguren ganz einfach überprüfen: Verwenden wir wiederum das Beispiel der Kartoffeln von oben:

Denkfigur 1:
Je grösser die Menge, **desto grösser** (höher) der Preis.

Zweimal gleichbedeutendes Wort:
grösser – grösser/höher

Denkfigur 2:
Wenn ich die **doppelte Menge** kaufe,
zahle ich den **doppelten Preis**

Zweimal identisches Wort:
doppelt - doppelt

Denkfigur 3:
Wenn ich nichts kaufe, zahle ich auch nichts.

Überprüfen, ob bei der „Menge" Null auch der „Preis" Null herauskommt. (➔ Nullpunkt!)

Wenn auf die beiden untersuchten Grössen (hier die Kartoffelmenge und ihr Preis) alle diese Denkfiguren stimmen, so sind die Grössen proportional.

➔ Proportionalität

2.5 Der Ansatz zum Auflösen von Proportionalität

Die folgende Aufgabe soll gelöst werden:
Eine Röhre liefert in 15 Minuten 9750 Liter Wasser. Wie lange dauert es, bis ein Reservoir mit einem Inhalt von 25350 Liter Wasser gefüllt ist?

Lösungsschema für Aufgaben mit Proportionalität:

a) Mit Denkfiguren überprüfen, ob es sich um Proportionalität handelt:

1. Je länger es dauert (mehr Zeit), desto mehr Wasser kommt aus der Röhre. → *Das macht Sinn.*
2. In der doppelten Zeit kommt doppelt so viel Wasser aus der Röhre → *Auch das macht Sinn.*
3. In 0 Sekunden kommt auch 0 Liter Wasser → *scheint etwas theoretisch, aber eigentlich auch richtig.*

➔ *Es handelt sich also wirklich um eine Proportionalität*

b) Den Ansatz aufstellen und mit dem Proportionalitäts-Trick auflösen

Der sogenannte „Ansatz" ist der wichtigste und erste Schritt beim Auflösen solcher Aufgaben. Es geht darum, **die gleichartigen Grössen untereinander zu schreiben und mittels einem Strich die zusammengehörigen** (also die aus der Aufgabenstellung heraus verknüpften) **Grössen zu verbinden**.

Hier sind die 9750 Liter Wasser mit 15 Minuten verknüpft und die gesuchte Zeitdauer x mit dem Inhalt von 25350 Liter Wasser.

	Zeit		Wassermenge
Dies ist der *„Ansatz"*	**15 min**	———	**9750 l**
	x min	———	**25'350 l**

(*Gleichartige Grössen untereinander*)

Weg 1

Weg 2

Für das Auflösen des Ansatz und damit dem **Aufstellen einer Verhältnisgleichung** für die Berechnung der gesuchten Grösse x gibt es nun zwei Möglichkeiten (Beide Wege liefern natürlich das gleiche Ergebnis, es spielt also keine Rolle, welchen Weg ich wähle!)

1. Weg *(vertikal, Verhältnisse der „gleichen" Grössen bilden)*

Dies geht auch von unten nach oben. **Immer aber für beide Grössen in die gleiche Richtung!**

$$\frac{15}{x} = \frac{9750}{25'350}$$

und jetzt nach x auflösen. *(Gemäss Schema)*

$\frac{15}{x} = \frac{9750}{25'350}$ || • HN (hier x•25350)

$380250 = 9750x$ || : 9750

$\mathbf{39 = x}$

Es dauert 39 Minuten, bis das Reservoir gefüllt ist.

2. Weg *(horizontal, Verhältnisse der verknüpften Grössen bilden)*

Dies geht auch von rechts nach links. **Immer aber für beide Grössen in die gleiche Richtung!**

$$\frac{15}{9750} = \frac{x}{25'350}$$

und jetzt nach x auflösen. *(Gemäss Schema)*

$\frac{15}{9750} = \frac{x}{25'350}$ || • HN (hier 9750•25350)

$380250 = 9750x$ || : 9750

$\mathbf{39 = x}$

Es dauert 39 Minuten, bis das Reservoir gefüllt ist.

c) Kurzverfahren für Schnellanwender (Proportionalität):

Start:
immer *über/unter der Variable*, egal wo sie steht.

Start

a	———	b
	•	:
x	———	c

also: x = a • c : b

Beispiel 1 (wie im oberen Beispiel auch angegeben):

Start über x!

15 min	———	9750 l
	•	:
x min	———	25'350 l

x = 15• 25350 : 9750 = **39 min.**

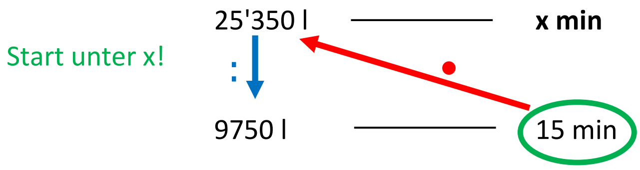
Beispiel 2 (vielleicht hat ja jemand beim Ansatz aufstellen mit den Litern links begonnen):

Start über x!

9750 l	———	15 min
:	•	
25'350 l	———	**x min**

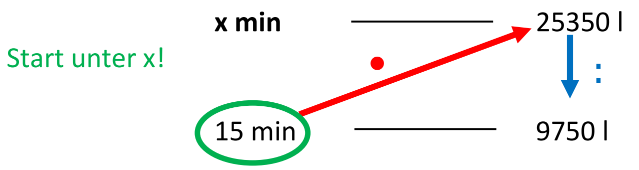
x = 15• 25350 : 9750 = **39 min.**

Beispiel 3 (vielleicht hat ja jemand beim Ansatz aufstellen mit der gesuchten Wassermenge begonnen...):



x = 15• 25350 : 9750 = **39 min.**

Beispiel 4 (wie 3, aber mit Minuten zuerst....):



x = 15• 25350 : 9750 = **39 min.**

Wir stellen fest, dass es ***keine Rolle spielt, wie genau man den Ansatz aufstellt, wichtig ist nur, dass die gleichartigen Grössen untereinander und die verknüpften Grössen nebeneinander stehen****. Danach kann man mit Hilfe der Verhältnisgleichung oder der Kurzform auf jeden Fall die korrekte Lösung herausfinden. Zusammengefasst noch einmal das Lösungsschema mit seinen Schritten:*

1. **Denkfigur** anwenden und herausfinden, ob es sich um eine **Proportionalität** handelt
2. Den **Ansatz aufstellen** (gleichartige Grössen unter-, verknüpfte Grössen nebeneinander)
3. Mit Hilfe von Verhältnisgleichungen oder dem Kurzverfahren **die gesuchte Grösse x ausrechnen**.

3. Umgekehrte Proportionalität

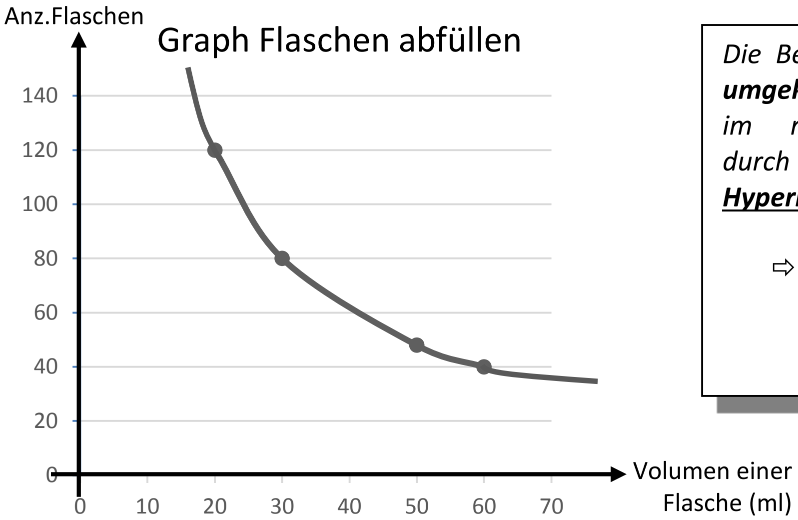
3.1 Definition

Zwei Grössen sind zueinander umgekehrt proportional, wenn alle Verhältnisse der einen Grösse gleich den entsprechenden umgekehrten Verhältnissen der anderen Grösse sind.

Eine feste Anzahl Liter in kleine Flaschen abfüllen	
Flaschenvolumen (in ml)	Anzahl benötigte Flaschen
20 ml	120
30 ml	80
50 ml	48
60 ml	40

Die Grössen verhalten sich umgekehrt proportional, da alle Verhältnisse der einen Grösse gleich dem umgekehrten Verhältnis der anderen Grösse sind:

$\frac{20}{30} = \frac{80}{120}$ und $\frac{50}{30} = \frac{48}{80}$ und $\frac{60}{50} = \frac{48}{40}$



*Die Beziehung zwischen zwei zueinander **umgekehrt proportionalen Grössen** wird im rechtwinkligen Koordinatensystem durch eine Kurve veranschaulicht, die als **Hyperbel** bezeichnet wird.*

⇨ ***Der Graph von umgekehrt proportionalen Grössen ist eine Hyperbel.***

Bei umgekehrter Proportionalität ist das Produkt zweier Grössen konstant: **$x \bullet y$ = konst.**

3.2 Denkfiguren zur Überprüfung, ob sich zwei Grössen umgekehrt proportional verhalten

Ob sich zwei Grössen proportional verhalten, kann man anhand der Denkfiguren ganz einfach überprüfen: Verwenden wir wiederum das Beispiel Flaschen von oben:

Denkfigur 1:
Je grösser der Flascheninhalt, **desto weniger** (kleiner) die Anzahl.

Zweimal entgegengesetztes Wort:
grösser –weniger / kleiner

Denkfigur 2:
Nimmt man den **doppelten Inhalt,**
braucht's **halb so viele** Flaschen.

Zweimal gegenteiliges Wort:
doppelt - halb

Denkfigur 3 (die ist sehr theoretisch…)
Bei Flaschen ohne Inhalt, braucht es unendlich viele.

Überprüfen, ob beim „Inhalt“ Null eine unendlich grosse Anzahl herauskommt.

Wenn auf die beiden untersuchten Grössen (hier die Anzahl Flaschen und der Inhalt pro Flasche) alle diese Denkfiguren stimmen, dann verhalten sich die Grössen umgekehrt Proportional.

➔ **umgekehrte Proportionalität**

3.3 Der Ansatz zum Auflösen von umgekehrter Proportionalität

Die folgende Aufgabe soll gelöst werden:

Vier Maschinen teeren einen Strassenabschnitt in 18 Stunden. Wie lange dauert das Teeren, wenn die Baufirma 9 Maschinen einsetzt?

<u>Lösungsschema für Aufgaben mit Proportionalität / umgekehrter Proportionalität:</u>

a) Mit Denkfiguren überprüfen, ob es sich um Proportionalität oder umgekehrte Proportionalität handelt:

1. Je <u>mehr</u> Maschinen eingesetzt werden, desto <u>weniger</u> lang dauert das Teeren. → *Ist logisch, also korrekt.*
2. Die <u>doppelte Anzahl</u> Maschinen braucht <u>halb so lange</u>. → *Das ist ebenfalls logisch und korrekt.*
3. Wenn <u>keine Maschinen</u> arbeiten, dauert es <u>unendlich lange</u> → *hier ist das einleuchtend.*

➔ *In diesem Fall handelt es sich also um eine umgekehrte Proportionalität*

b) Den Ansatz aufstellen und mit dem Trick für umgekehrte Proportionalität auflösen

Der Ansatz wird genau so aufgestellt, wie wir das schon bei der Proportionalität gemacht haben. Nur die Auflöse-Tricks sind anders.

Hier sind die 18 Stunden mit den vier Maschinen verknüpft und die gesuchte Zeitdauer x mit der Anzahl von 9 Maschinen.

	Zeit		Anzahl Maschinen
Dies ist der *„Ansatz“*	**18 h**	————	**4 Maschinen**
	x h	————	**9 Maschinen**

(Gleichartige Grössen untereinander)

Für das Auflösen des Ansatz und damit dem Aufstellen einer Verhältnisgleichung für die Berechnung der gesuchten Grösse x gibt es nun zwei Möglichkeiten (Im Beispiel wird nur der 2. Weg durchgerechnet, es gibt aber bei beiden Versionen natürlich das gleiche Ergebnis)

1. Weg *(vertikal, Verhältnisse der „gleichen“ Grössen bilden)*
Achtung, eines der beiden Verhältnisse ist umgekehrt!
Dies geht auch zuerst nach oben, dann nach unten…

$$\frac{18}{x} = \frac{9}{4}$$

Hier ist das Verhältnis auf der rechten Seite umgekehrt!

und jetzt nach x auflösen. *(Gemäss Schema)*

$\frac{18}{x} = \frac{9}{4}$ || • HN (hier 4x)

$18 \bullet 4 = 9 \bullet x$ || : v

$72 = 9x$ || : 9

$\mathbf{8 = x}$

Es dauert 8 Stunden, bis die Strasse geteert ist.

2. Weg *(horizontal, <u>Produkte</u> verknüpften Grössen bilden)*

Dies geht auch von rechts nach links. **Immer aber für beide Grössen in die gleiche Richtung!**

$$18 \bullet 4 = x \bullet 9$$

und jetzt nach x auflösen.

$18 \bullet 4 = 9x$ || v

$72 = 9x$ || : 9

$\mathbf{8 = x}$

Es dauert 8 Stunden, bis die Strasse geteert ist.

c) Kurzverfahren für Schnellanwender (umgekehrte Proportionalität):

Start:
immer *über/unter der Variable*, egal wo sie steht.

Start

a ——— b

x ——— c

$\bullet$ $:$

also: x = a • b : c

Beispiel 1 (wie im oberen Beispiel auch angegeben):

Start über x!

18h ——— 4 Maschinen

x h ——— 9 Maschinen

x = 18 • 4 : 9 **= <u>8 h</u>**

Beispiel 2 (vielleicht hat ja jemand beim Ansatz aufstellen mit den Maschinen links begonnen..):

Start über x!

4 Maschinen ——— 18h

9 Maschinen ——— x h

x = 18 • 4 : 9 **= <u>8 h</u>**

Beispiel 3 (vielleicht hat ja jemand beim Ansatz aufstellen mit der gesuchten Wassermenge begonnen...):

Start unter x!

9 Maschinen ——— x h

4 Maschinen ——— 18h

x = 18 • 4 : 9 **= <u>8 h</u>**

Beispiel 4 (wie 3, aber mit Minuten zuerst....):

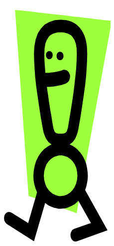
Start unter x!

x h ——— 9 Maschinen

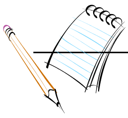
18h ——— 4 Maschinen

x = 18 • 4 : 9 **= <u>8 h</u>**

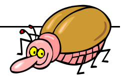
Umgang mit Proportionalität und umgekehrter Proportionalität:



1. **Denkfigur** anwenden und herausfinden, ob es sich um eine Proportionalität oder eine umgekehrte Proportionalität handelt
2. Den **Ansatz aufstellen** (gleichartige Grössen unter-, verknüpfte Grössen nebeneinander)
3. Mit Hilfe von Verhältnisgleichungen oder dem Kurzverfahren **die gesuchte Grösse x ausrechnen.** → Dabei beachten, dass für Proportionalität und umgekehrte Proportionalität verschiedene Auflösungswege verwendet werden müssen.



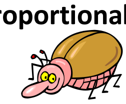
Aufgaben „Proportionalität und umgekehrte Proportionalität"



1. Entscheide, ob sich die unten angegebenen Grössen proportional oder umgekehrt proportional verhalten. Achtung, es gibt einzelne Grössen, die sich weder noch verhalten.

Grösse 1	Grösse 2	Zusätzliche Info	proportional	umgekehrt proportional	weder noch
Ticketpreis	Konzertdauer		☐	☐	☐
Kistengrösse	Anzahl Kisten	feste Menge	☐	☐	☐
Telefondauer	Kosten	Festes Abo	☐	☐	☐
Telefondauer	Kosten	Prepaid-Abo	☐	☐	☐
Geschwindigkeit	Zeitdauer	feste Weglänge	☐	☐	☐
Anzahl Arbeiter	Zeitdauer	feste Arbeitsmenge	☐	☐	☐
Prüfungsnote	Punktzahl		☐	☐	☐
Lern-Aufwand	Zeugnisnote		☐	☐	☐
Schweizer Franken	Englische Pfund	Wechselkurse	☐	☐	☐
Rezept für 2 Pers.	Rezept für 4 Pers.	Zutatenmenge!	☐	☐	☐
Füllzeit	Kapazität Füllgerät	feste Füllmenge	☐	☐	☐

2. Ein Rechteck hat eine Fläche von 60 cm². Unten siehst du eine Aufstellung über Grundseite und Höhe dieses Rechteckes. Bestimme zuerst, ob sich Grundseite zu Höhe proportional oder umgekehrt proportional verhalten. Vervollständige danach die Tabelle.

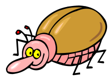


a) Grundseite und Höhe im Rechteck verhalten sich ....

b) Vervollständige die Tabelle (Rechtecksfläche = 60cm²)

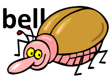
Höhe	10 cm		38 cm		2 cm		3 cm	
Grundseite		18 cm		60 cm		120 cm		9 cm

3. Die Werte in der folgenden Tabelle verhalten sich proportional. Vervollständige die Tabelle.



Zahl x	*Zahl y*
26	
18	
28	12
	61
	1.5

4. Die Werte in der folgenden Tabelle verhalten sich umgekehrt proportional. Vervollständige die Tabell



Zahl x	*Zahl y*
26	
29	
2.5	18
	23
	1.5

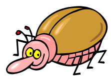
5. **Ein Fussballfeld soll von Schnee befreit werden. Hilf den Veranstaltern, die vorliegende Liste zu ergänzen:**

Zeitdauer (t), bis Feld schneefrei	*Anzahl Helfer mit Schneeschaufeln*
8 h	
4 h	20
2.5 h	
	100
	8

6. **Eine Wohnstube soll mit schönem Parkettboden belegt werden. Dabei kann man mit 1268 „Schindeln“ (also 1268 einzelne Holzstücklein) den Boden ganz belegen, wenn eine Schindel 1.5 cm breit ist. Leider haben die Hersteller zwar genau 1268 Schindeln geliefert, die aber leider nur 1.2 cm breit sind.**

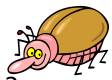
   a. Wie verhalten sich Schindelbreite zur Anzahl?
   b. Wie viele Schindeln müssen nachgeliefert werden, damit man den ganzen Boden belegen kann?

7. **Ein Maler kann eine Wand mit einer 57cm breiten Rolle mit 90 „Strichen“ bemalen.**



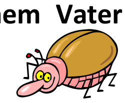
   a. Wie verhalten sich Rollenbreite und Anzahl Striche?
   b. Wie viele „Striche“ macht der Maler bei einer Rollenbreite von 45 cm?
   c. Wie viele „Striche“ macht der Maler bei einer Rollenbreite von 38 cm?
   d. Wie viele „Striche“ macht der Maler bei einer Rollenbreite von 95 cm?

8. Ein Formel 1 – Fahrer fährt mit seinem Boliden einige Testrunden. Berechne, wie lange das Befahren der 400 m langen Zielgeraden dauert.

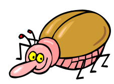


a. Wie verhalten sich die Fahrzeit zur Geschwindigkeit?
b. Wie lange dauert das Befahren der Zielgeraden bei einer Geschwindigkeit von 240 km/h ?
c. Wie lange dauert das Befahren der Zielgeraden bei einer Geschwindigkeit von 350 km h ?
d. Wie lange dauert das Befahren der Zielgeraden bei einer Geschwindigkeit von 168 km/h ?
e. Wie lange hat Heinz mit dem Velo für die gleiche Strecke ? (Heinz fährt 24 km/h schnell)?

9. Heinz duscht während 15 Minuten. Sein Vater findet, der Wasserverbrauch wäre geringer, wenn Heinz ein Bad nehmen würde. Heinz prüft diese Behauptung: Er stellt fest, dass er beim Duschen pro Minute 7 Liter Wasser verbraucht, beim Baden mit 155 Litern Wasser rechnen müsste. Was wird er seinem Vater antworten?



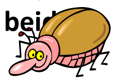
10. Ein Reservoir fasst 35 m^3 Wasser. Mit der Zuleitung können pro Minute 200 Liter zu, mit der Abflussleitung 150 Liter abgeführt werden. Zu Beginn unserer Beobachtung ist das Reservoir zu $\frac{3}{5}$ gefüllt. Die Abflussleitung ist geschlossen. Wie lange dauert es, bis das Reservoir

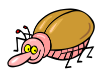


a) zu 80 % gefüllt ist? **b)** vollständig gefüllt ist?

11. **Beim halbvollen Reservoir aus Aufgabe 10 wird die Zu- und Abflussleitung gleichzeitig geöffnet. Wie lange dauert es jetzt, bis das Reservoir zu $\frac{3}{4}$ gefüllt ist? (Arbeite mit einer Skizze!)**

12. **Von der billigen Sorte Tonbandkassetten kostet eine 45-minütige Kassette 3.90 Fr., die 120-minütige 6.50 Fr. Eine 120-minütige Kassette der höheren Qualität wird für 8.75 Fr. angeboten. Wie viel kostet eine gute 45-minütige Kassette, wenn das Preisverhältnis zwischen der 45-min. und der 120-min. bei beiden Qualitäten gleich ist?**





13. **Zwei Handwerker bewerben sich um einen Auftrag. Sie dürfen genau 4800 Franken verlangen.**
    a. Wie lange dürfen die beiden für diesen Auftrag arbeiten, wenn Handwerker Bitterli pro Stunde CHF 90.—und Handwerker Wiseli pro Stunde CHF 100.-- verlangt?
    b. Welchen Stundenlohn erhalten die beiden noch, wenn sie für den Auftrag in eine um 1/5 längere Zeitdauer benötigen als geplant?

14. Zum Ausheben einer Baugrube wird ein Bagger verwendet, der die gesamte Arbeit in 18 Tagen erledigen kann. Um etwas schneller voran zu kommen, wird nach 7 Tagen ein zusätzlicher Bagger eingesetzt, der die gesamte Arbeit allein in 26 Tagen erledigen könnte. Wie lange dauert der gesamte Aushub?

15. Eine fünköpfige Familie braucht in 30 Tagen normalerweise 45 Portionen Konfitüre. Während den Frühlingsferien kommt eine Nichte für 5 Tage zu Besuch, die doppelt so viel Konfitüre isst, wie jedes Familienmitglied. Dadurch hat die Famlie Mehrkosten von CHF 1.80. Wie viel Geld gibt die Familie normalerweise pro Tag für Konfitüre aus (ohne die Nichte)?