Name:

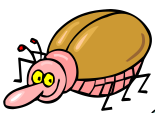
Mathematik-Dossier
5 – Wahrscheinlichkeit
Regelmässigkeit des Zufalls
(angepasst an das Lehrmittel Mathematik 1)

Inhalt:

- **Absolute und relative Häufigkeit**
- **Wahrscheinlichkeit**
- **Voraussagen mit Wahrscheinlichkeit**
- **Wahrscheinlichkeit bei gleichzeitiger Verwendung von mehreren Zufallsgeräten**

Verwendung:

Dieses Dossier dient der Repetition und Festigung innerhalb der obgenannten Themen. Es beinhaltet einen kurzen Theorie-Teil, sowie verschiedene Übungen mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden.

einfache Aufgaben sind mit einem  *gekennzeichnet*

schwierigere Aufgaben sind mit einem  *gekennzeichnet.*

Die <u>Aufgaben müssen in der Freizeit</u> (oder in der Hausaufgabenstunde) <u>gelöst werden</u>. Sie können jederzeit zur Kontrolle abgegeben werden, die Lösungen können aber auch selbständig verglichen werden.

Wichtig: Die Aufgaben erfordern ein konzentriertes Vorgehen. Es ist daher sinnvoll, mindestens während 15 Minuten am Stück daran zu arbeiten, mit Vorteil bearbeitest du ein ganzes Kapitel aufs Mal.

1. Zufall – Berechnung?

1.1 Zufallsspiele

Viele von uns sind begeisterte Spieler. Viele Menschen betreiben Sport – wo sie durch gutes, gezieltes Training, Konzentration und etwas Talent durchaus den Verlauf beeinflussen können. Sehr viele Menschen aber spielen täglich irgendwelche Spiele, wo sie auf den Zufall (viele sprechen von „Glück“) angewiesen sind:

- Alle Spiele, die mit einem oder mehreren Spielwürfeln gespielt werden. Z.B. Monopoly, Eile mit Weile
- Münzwurf (z.B. vor einem Fussballspiel)
- Tombola (Lose können Gewinn oder Niete sein)
- Lotto (da träumen viele Menschen von dem grossen Millionengewinn)
- Casino (da spielen wir mit Spielkarten, an Roulettetischen, mit „einarmigen Banditen“).

All diesen Spielen ist gemeinsam, dass der „Zufall“ oder eben das „Glück“ in einer gewissen Regelmässigkeit auftritt (dann, wenn das gewünschte Ergebnis erzielt wird). Die Mehrheit der Versuche wird aber nicht das gewünschte Ergebnis bringen.

So ist es auch beim Spielen von all diesen Spielen sicher ratsam, die verschiedenen Ergebnisse zu kennen und so abschätzen zu können, wie gross die Gewinnchancen eigentlich sind.

1.2 Absolute Häufigkeit

Nehmen wir an, dass du mit einem einfachen Spielwürfel 40 Mal würfelst und alle „Resultate“ aufschreibst. Es könnte eine solche Aufstellung ergeben:

Augenzahl:					
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
9x	**6x**	**8x**	**4x**	**5x**	**8x**

Absolute Häufigkeit (gezählt)

Dabei hast du schon den ersten Begriff dieses Kapitels angewendet: Du hast die einzelnen Ergebnisse gezählt. Genau das wird als „**absolute Häufigkeit**“ bezeichnet. **Die absolute Häufigkeit (wie alle absoluten Zahlen) entstehen also durch Zählung oder Messung der verschiedenen möglichen Ergebnisse von einem Versuch.**

1.3 Relative Häufigkeit

Etwas **aussagekräftiger** als die absolute Häufigkeit **ist die relative Häufigkeit** (wie auch in allen wissenschaftlichen Betrachtungen die relativen Zahlen aussagekräftiger sind). Bei der relativen Häufigkeit geht es darum, die erzielten Ergebnisse in Bezug auf die Anzahl Versuche zu setzen. So entsteht ein Bruch (der am Schluss gekürzt wird) oder ein Angabe in Prozenten.

In unserem Fall wurden also 40 Versuche durchgeführt. Die erzielten Ergebnisse müssen jetzt also in Bezug auf diese 40 Versuche gesetzt werden. Wir ergänzen also unsere Tabelle um eine weitere Zeile:

Augenzahl:					
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
9x	*6x*	*8x*	*4x*	*5x*	*8x*
$\frac{9}{40}$	$\frac{6}{40}=\frac{3}{20}$	$\frac{8}{40}=\frac{2}{10}$	$\frac{4}{40}=\frac{1}{10}$	$\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$	$\frac{8}{40}=\frac{2}{10}$
22.5%	**15%**	**20%**	**10%**	**12.5%**	**20%**

Absolute Häufigkeit (gezählt)

Relative Häufigkeit (in Bezug auf die ganze Anzahl Versuche)

Es gilt also für jedes Ergebnis:

$$\textbf{relative Häufigkeit} = \frac{\textbf{absolute Häufigkeit}}{\textbf{Anzahl der Zufallsversuche}}$$

1.4 Wahrscheinlichkeit

Die Wahrscheinlichkeit bezeichnet die (statistische) Chance auf ein gewünschtes Ereignis. Auf Englisch heisst Wahrscheinlichkeit „Probability“, weshalb das Kürzel „p“ verwendet wird. Die Wahrscheinlichkeit wird – wie die relative Häufigkeit – also gekürzter Bruch oder als Prozentwert angegeben.

Rechnerisch ist sie relativ einfach zu bestimmen:

Es gilt also für jedes Ergebnis: **Wahrscheinlichkeit p** = $\dfrac{\textbf{Anzahl der günstigen Erebnisse}}{\textbf{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$

Beim **Würfeln mit einem Würfel** suchen wir die Wahrscheinlichkeit, dass die Augenzahl 5 geworfen wird:

- ⇨ Es gibt beim Würfeln **6 mögliche Ergebnisse**
- ⇨ Davon ist **1 Ergebnis für uns günstig** (nämlich dann, wenn die Augenzahl 5 geworfen wird).

Somit ist die Wahrscheinlichkeit für die Augenzahl 5: p = $\frac{1}{6}$ = **16.67%**

Beim **Werfen einer Münze** suchen wir die Wahrscheinlichkeit, dass „Zahl“ geworfen wird:

- ⇨ Es gibt beim Münzwurf **2 mögliche Ergebnisse**
- ⇨ Davon ist **1 Ergebnis für uns günstig** (nämlich dann, wenn „Zahl“ oben liegt).

Somit ist die Wahrscheinlichkeit für „Zahl“: p = $\frac{1}{2}$ = **50%**

In dem hier abgebildeten **Glücksrad** suchen wir die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl 50 erzielt wird:

- ⇨ Es gibt in diesem Glücksrad **16 mögliche Ergebnisse**
- ⇨ Davon sind **2 Ergebnisse für uns günstig** (dann, wenn die blaue 50 getroffen wird).

Somit ist die Wahrscheinlichkeit für den Gewinn „50“: p = $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$ = **12.5%**

Im gleichen **Glücksrad** suchen wir die Wahrscheinlichkeit, dass wir eine „Niete“ erzielen (also keine Zahl getroffen wird):

- ⇨ Es gibt in diesem Glücksrad **16 mögliche Ergebnisse**
- ⇨ Davon sind **8 Ergebnisse „Nieten“** (grüne Felder ohne Gewinn).

Somit ist die Wahrscheinlichkeit für eine Niete: p = $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ = **50%**

1.4.1. Sichere Gewinnchance:

Von einer „sicheren“ Gewinnchance sprechen wir dann, wenn die **Wahrscheinlichkeit für das gewünschte Ergebnis = 100 % ist.**

Zum Beispiel: Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass beim Würfeln mit einem Würfel eine Augenzahl von 1 bis 6 erzielt wird.

- ⇨ Es gibt beim Würfeln **6 mögliche Ergebnisse**
- ⇨ Davon sind **6 Ergebnisse für uns günstig** (Augenzahl 1, 2, 3, 4, 5, 6).

Somit ist die Wahrscheinlichkeit p = $\frac{6}{6}$ = **1** = **100% (sicher!)**

1.4.2. Unmögliche Gewinnchance:

Von einer „unmöglichen“ Gewinnchance sprechen wir dann, wenn die **Wahrscheinlichkeit für das gewünschte Ergebnis = 0 % ist.**

Zum Beispiel: Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass beim Würfeln mit einem Würfel die Augenzahl 10 erzielt wird.

- ⇨ Es gibt beim Würfeln **6 mögliche Ergebnisse**
- ⇨ Davon sind **0 Ergebnisse für uns günstig** (Augenzahl 10 gibt es nicht).

Somit ist die Wahrscheinlichkeit p = $\mathbf{\frac{0}{6}}$ = **0** = **0% (unmöglich)**

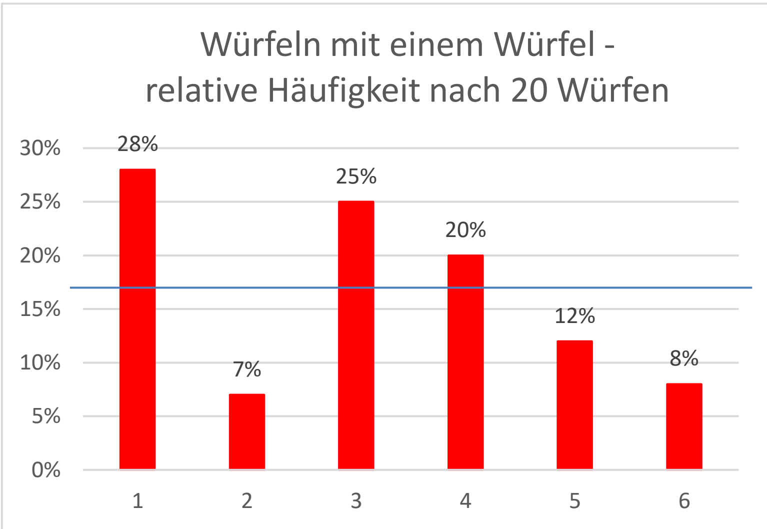
1.5 Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit im Vergleich

Bei wenigen Versuchen stimmt die relative Häufigkeit nicht mit der Wahrscheinlichkeit überein. Je häufiger man ein Zufallsexperiment aber durchführt, desto stärker nähern sich die beiden Grössen an. Man könnte es auch so ausdrücken: Die Wahrscheinlichkeit entspricht der relative Häufigkeit bei einer unendlich grossen Anzahl versuchen.

In der untenstehenden Grafik wird gezeigt, wie sich die relative Häufigkeit der Wahrscheinlichkeit annähert bei zunehmender Anzahl versuchen:

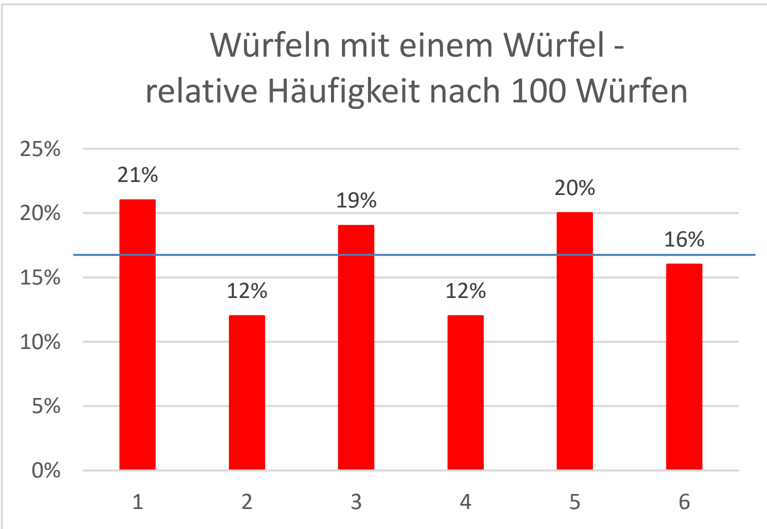
Wir sehen nach 20 Würfen, dass die einzelnen Augenzahlen unterschiedlich oft erzielt wurden. Dies ist nicht aussergewöhnlich, wenn der Versuch „nur“ 20 Mal durchgeführt wird.

Die Wahrscheinlichkeit pro Augenzahl liegt bei p = 16.67% = $\mathbf{\frac{1}{6}}$ *(blaue Linie)*



Wir sehen nach 100 Würfen, dass die relativen Häufigkeiten sich jetzt aneinander annähern.

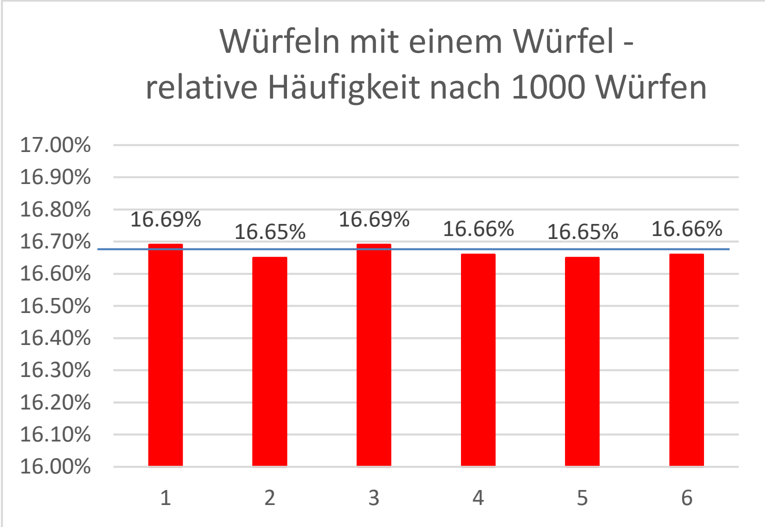
Die Wahrscheinlichkeit pro Augenzahl liegt immer bei p = 16.67% = $\mathbf{\frac{1}{6}}$ *(blaue Linie)*



Wir sehen nach 100 Würfen, dass die relativen Häufigkeiten sich jetzt aneinander annähern.

Die Wahrscheinlichkeit pro Augenzahl liegt immer bei p = 16.67% = $\frac{1}{6}$ *(blaue Linie)*

Wenn wir jetzt weitere z.B. 1000 Würfe machen würden, dann wären die relativen Häufigkeiten wohl ziemlich genau bei 16.67% und somit gleich der Wahrscheinlichkeit.



1.6 Gleichzeitig mit mehreren Zufallsgeräten arbeiten (Zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit)

In einzelnen Spielen wird z.B. mit zwei Würfeln geworfen („Eile mit Weile“) oder es können z.B. zwei Münzen gleichzeitig geworfen werden. In Spielen wie Lotto oder ähnlichen werden aus einer Anzahl Kugeln eine Kugel nach der anderen gezogen. In all diesen Fällen spricht man von der „zusammengesetzten“ Wahrscheinlichkeit, da sich jeder einzelne Wurf (Würfel, Münze), resp. Ziehung (Lotto) völlig unabhängig vom Ergebnis der anderen Versuche verhält. Somit brauchen wir „mehrere, voneinander unabhängige günstige Ergebnisse“. Dies lässt sich berechnen. Je nach Versuchsanlage ist das einfacher oder etwas komplizierter.

1.6.1 Zwei Münzen gleichzeitig werfen – Wahrscheinlichkeit durch Auszählen von Ergebnissen.

Beginnen wir mit der einfachsten Art, die Ergebnisse von mehreren Zufallsgeräten zu betrachten. Beim Wurf mit zwei Münzen sind die verschiedenen Ergebnisse nämlich gut überschaubar:

- Jede einzelne Münze kann als Ergebnis Kopf oder Zahl liefern.
- Somit können total 4 verschiedene Ergebnisse des Versuches eintreffen:

1. Kopf / Kopf 
2. Kopf / Zahl 
3. Zahl / Kopf 
4. Zahl / Zahl 

Jedes Ergebnis ist genau gleich wahrscheinlich!

Für die (zusammengesetzte) Wahrscheinlichkeit können wir also folgende Aussagen machen:

Zweimal Kopf erscheint mit p = $\frac{1}{4}$ **= 25%** **(Eines von vier Ergebnissen liefert Kopf/Kopf)**

Zweimal Zahl erscheint mit p = $\frac{1}{4}$ **= 25%** **(Eines von vier Ergebnissen liefert Zahl/Zahl)**

Einmal Kopf und einmal Zahl erscheint mit p = $\frac{1}{2}$ **= 50%** **(Zwei von vier Ergebnissen, sowohl Kopf/Zahl wie auch Zahl/Kopf, die Fälle 2 und 3, liefern dieses Resultat!)**

1.6.2 Mit zwei Würfeln würfeln – Wahrscheinlichkeit durch Berechnung.

Selbstverständlich könnten wir uns auch für dieses Problem sämtliche 36 Möglichkeiten des Würfelresultates auszählen. Je nach gewünschter Augenzahl gäbe es dann eine Anzahl günstiger Varianten und so können wir dann eine Wahrscheinlichkeit angeben.

Rechnerisch können wir das ebenfalls bestimmen. Dort bedeutet die Zusammensetzung von zwei Zufallsgeräten eine Verknüpfung: Es muss für das **erste Gerät ein günstiges Ergebnis** erzielt werden **UND** auch **für das zweite Gerät** muss ein **passendes Resultat** eintreffen. Dies ist mathematisch gesehen eine Multiplikation. Somit müssen die Einzelwahrscheinlichkeiten multipliziert werden. Dies ist vor allem bei komplexeren Problemen fast die einige sinnvolle Lösungsidee.

Also $p = p_1 \bullet p_2 \bullet p_3 \bullet p_4 \bullet \ldots$ wobei p_1, p_2, p_3 etc. die Einzelwahrscheinlichkeiten der verschiedenen Geräte sind.

Wir suchen zum Beispiel nach der Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln die Augenzahl 8 zu erzielen.

Durch kurzes Überlegen erkennen wir schnell, dass wir für die Augenzahl 8 eine der folgenden Kombinationen erreichen müssen:

2	und	6	es gilt hier:	$p = p_1 \bullet p_2 = \frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
3	und	5	es gilt hier:	$p = p_1 \bullet p_2 = \frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
4	und	4	es gilt hier:	$p = p_1 \bullet p_2 = \frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
5	und	3	es gilt hier:	$p = p_1 \bullet p_2 = \frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
6	und	2	es gilt hier:	$p = p_1 \bullet p_2 = \frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Die Wahrscheinlichkeit, dass wir beim Würfeln mit zwei Würfeln die Augensumme 8 erzielen, liegt also bei $\frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \mathbf{\frac{5}{36} = 13.89\%}$

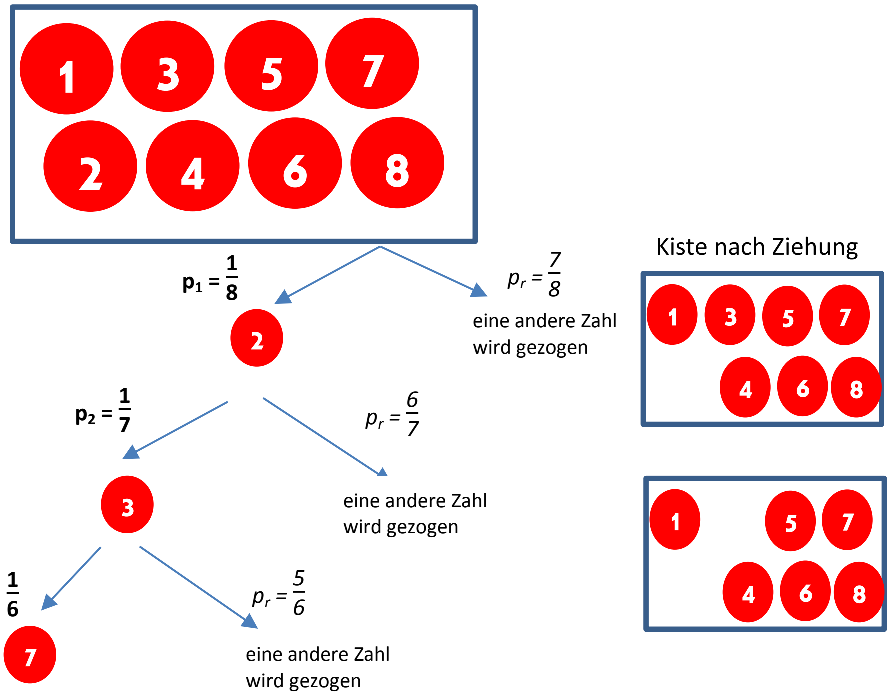
Natürlich kommen wir auch beim „Auszählen“ auf diese Lösung: Für uns günstig (Augensumme 8) sind 5 von 36 Möglichkeiten, damit ist die Wahrscheinlichkeit bei $\frac{5}{36}$ oder 13.89%.

1.6.3 „Lotto“ – Ziehen von Kugeln ohne Zurücklegen

Bei den oben gezeigten Fällen sind für jedes Zufallsgerät immer die gleichen Ergebnisse möglich. Egal, wie oft schon gewürfelt wurde, es gibt immer 6 mögliche Ergebnisse.

Bei der Ziehung von Lottokugeln oder anderen ähnlichen Versuchsanlagen, ist dies anders: Ist eine Kugel einmal gezogen worden, steht sie in den nächsten Versuchen nicht mehr zur Verfügung. Hier arbeiten wir mit Vorteil mit einem Wahrscheinlichkeitsbaum, wo die Hierarchie der Versuche sichtbar gemacht wird.

Wir suchen die Chance, dass aus einer Kiste mit 8 Kugeln (Zahlen 1-8) in 3 Ziehungen die Zahlenkombination 2 – 3 – 7 gezogen wird. **Es ist zu beachten, dass nach jeder Ziehung eine Kugel weniger in der Kiste liegt!**



1. Ziehung („**1 aus 8**“)
2. Ziehung („**1 aus 7**“)
3. Ziehung („**1 aus 6**“)

Die Chance, dass wir also in der ersten Ziehung die 2 UND in der zweiten Ziehung die 3 UND in der dritten Ziehung die 7 ziehen, ist auch hier das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten:

$$p = p_1 \bullet p_2 \bullet p_3 = \frac{1}{8} \bullet \frac{1}{7} \bullet \frac{1}{6} = \frac{1}{8 \bullet 7 \bullet 6} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{336}} = 2.97\%$$

In diesem Beispiel zeigt sich, dass wir mit dem Aufzeichnen aller möglichen Ergebnisse insgesamt 336 Möglichkeiten aufzeichnen müssten – das ist in nützlicher Frist nicht machbar. Darum lohnt es sich, die Multiplikation der Einzelwahrscheinlichkeiten anzuwenden – und sie sich zu merken.

Bei mehreren Zufallsgeräten lässt sich die zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit als Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten berechnen.

Es gilt: $p = p_1 \bullet p_2 \bullet p_3 \bullet \ldots$

1.7 Voraussagen mit der Wahrscheinlichkeit

Wer kennt das nicht: Beim Würfelspiel muss man eine bestimmte Augenzahl werfen, damit man das Spiel beginnen darf. Doch leider kommt diese Augenzahl nicht. „Jetzt ist sie lange nicht gewürfelt worden, beim nächsten Wurf MUSS sie einfach kommen“. Andere spielen gerne Roulette und studieren intensiv die Liste mit den bisher erzielten Zahlen: „Schau, die 19 wurde schon sehr häufig erzielt, die kommt im nächsten Versuch sicher nicht mehr!“.

Solche Aussagen sind häufig, aber schlicht falsch. **Das Problem besteht darin, dass der Zufall kein Gedächtnis hat – und die Wahrscheinlichkeit immer nur für den nächsten Wurf gilt** – und sich einen Deut darum schert, welches Ergebnis in den letzten Würfen erzielt wurde.

Kurz: **Die Wahrscheinlichkeit gilt immer genau gleich für den nächsten Wurf. Beim Würfel ist sie immer genau $\frac{1}{6}$ für die Augenzahl 5**. Ob die 5 in den letzten 100 Versuchen schon jemals gewürfelt wurde, ist völlig egal. Beim Roulette, wo es 36 Zahlfelder und ein grünes Feld hat, ist die Wahrscheinlichkeit für jedes einzelne Feld in jedem neuen Versuch immer genau $\frac{1}{37}$. Absolut unabhängig vom letzten Versuch.

Aufgaben: Rechnen mit Wahrscheinlichkeit, absoluter und relativer Häufigkeit

1. Bestimme die relative Häufigkeit als gekürzten Bruch und in Prozent (auf eine Kommastelle gerundet) zu den folgenden Aufgaben:

a) Eine Münze wurde 500mal geworfen. 220 Mal erscheint Zahl. Gib die rel. Häufigkeit für „Zahl“ an.

b) Es wird 1700 Mal eine Jasskarte aus einem Jassspiel (36 Karten, 4 Farben) gezogen. 436 Mal erscheint die Farbe „Schilten“. Wie gross ist die relative Häufigkeit für „Schilten“?

c) Du kaufst total 160 Lose in einer Lotterie. Davon sind 43 ein Treffer. Gib die relative Häufigkeit von Gewinnlosen und auch Nieten an.

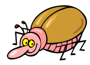
2. Löse die folgenden Aufgaben.

a) Peter hat 50 Mal mit einem Würfel gewürfelt. Dabei hat er 31 Mal eine gerade Zahl erzielt. Sara dagegen hat 74 Mal gewürfelt und dabei prozentual häufiger eine gerade Zahl erzielt. Wie viele gerade Zahlen hat Sara mindestens gewürfelt?

b) Anton hat bei einem Jasskartenspiel 76 Mal eine Karte gezogen. Dabei hat er 16 Mal „Rosen“ gezogen. Frieda hat bei 68 Ziehungen 15 Mal „Rosen“ erwischt. Wer hat prozentual mehr „Rosen“ gezogen?

c) Jakob hat bei einem Jasskartenspiel 81 Mal eine Karte gezogen. Dabei hat er 14 Mal ein Ass aufgedeckt. Anina hat mit einem Würfel insgesamt 36 Mal gewürfelt und dabei 8 Mal eine „Sechs“ erzielt. Wer von den beiden hat prozentual häufiger sein gewünschtes Ergebnis (Ass oder Sechs) erzielen können?

3. **In einer Klasse von 22 Schülerinnen und Schülern (14 Knaben, 8 Mädchen) werden alle Namen auf einen Zettel geschrieben. Die Zettel werden gemischt. Aus dem geschlossenen Topf wird danach blind ein Name gezogen.**

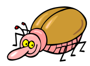


   a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass auf dem Zettel der Name eines Mädchens steht?

   b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass auf dem Zettel der Name eines Knaben steht?

   c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass auf dem Zettel der Name von Peter steht?

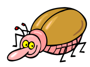
4. **Jeremias hat eine Umfrage auf der Strasse gemacht. Er wollte wissen, wer an welchen Wochentag geboren wurde. Dabei hat er insgesamt 175 Personen befragt.**



   a) Von wie vielen Menschen erwartest du, dass sie an einem Montag geboren wurden? Begründe!

   b) Bei der Umfrage haben allerdings „nur“ 21 den Montag als ihren „Geburts“-Tag angegeben. Um wie viel Prozent weicht das von deiner Erwartung ab?

5. **Auf deinem Smartphone hast du eine riesige Musiksammlung mit 1864 Titeln. Davon hast du 28 Lieblings-Titel, die du gerne hören möchtest. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass du im „Zufalls-Modus“ als erstes Lied gleich eines deiner Lieblingslieder hörst?**



6. **Du würfelst mit zwei Würfeln!**

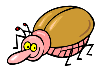
   a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass du die Augensumme 7 würfelst?

   b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass du die Augensumme 9 erzielst.

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass du – nachdem du mit dem ersten Würfel 6 gewürfelt hast - mit dem anderen Würfel eine Augenzahl so erzielst, dass die Augensumme ungerade wird.

d) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass du nachdem du mit dem ersten Würfel 4 gewürfelt hast - mit dem anderen Würfel eine Augenzahl so erzielst, dass die Augensumme gerade wird, aber nicht 10 beträgt.

7. Beim „Mensch Ärgere dich nicht“ – Spiel stehen zwei Spielfiguren vor dem Ziel. Die blaue Figur ist noch 3 Felder vom Ziel entfernt, die rote Figur ist 6 Felder entfernt. Um zu gewinnen, muss man direkt ins Ziel kommen, wer zu viel würfelt, bleibt stehen.

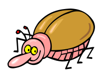


a) Wer hat die grösseren Chancen im ersten Wurf ins Ziel zu kommen?

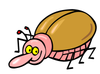
b) Im ersten Wurf würfelt die blaue Figur eine 2, die rote eine 3. Für welche Figur ist die Wahrscheinlichkeit grösser, dass sie beim nächsten Zug ziehen kann (Also sich in Richtung Ziel bewegen kann)? Begründe

8. Vor dir steht eine Urne mit 7 Kugeln drin. Die Kugeln sind von 1 bis 7 nummeriert. Um in diesem Spiel zu gewinnen, muss die Kugel mit der Nummer 4 gezogen werden. Es gibt insgesamt 3 Ziehungen, wobei die bereits gezogenen Kugeln nicht wieder zurückgelegt werden.

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, beim ersten blinden Ziehen einer Kugel eine gerade Zahl zu erwischen.



b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass deine Gewinnzahl 4 im ersten Zug ausgewählt wird?

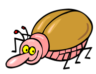


c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass deine Gewinnzahl 4 im zweiten Zug ausgewählt wird? 

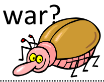
d) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass im zweiten Zug die Zahl 3 und im dritten Zahl die Zahl 4 ausgewählt wird?

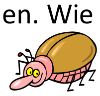
9. In der nicht mehr ausgestrahlten Fernsehshow „Deal or no deal“ mit Moderator Roman Kilchsberger ging es darum, aus 26 Koffern, die mit unterschiedlichen Beträgen zwischen 5 Rappen und 250‘000 Franken gefüllt waren, einen Koffer auszuwählen und ihn verschlossen zu sich zu nehmen. Nach jedem Spielabschnitt wurde für den Koffer ein Betrag geboten.

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass sich im gewählten Koffer der maximale Gewinn von CHF 250‘000 versteckt hat.

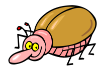


b) In der ersten Spielrunde wurden 6 Koffer aus dem Spiel genommen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in diesen 6 Koffern der der minimale Gewinn von 5 Rappen versteckt war?



c) In einer der letzten Spielrunden sind neben dem am Anfang gewählten Koffer nur noch 5 weitere Koffer zur Auswahl. Noch immer ist der Hauptgewinn von CHF 250‘000 nicht weggespielt worden. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich im gewählten Koffer der maximale Gewinn befindet? 

d) In der zweitletzten Runde sind noch die Beträge von CHF 2, CHF 200 und CHF 50‘000 in den Koffern versteckt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass auch nach dem nächsten Zug der Koffer mit CHF 50‘000 im Spiel bleibt?



10. Bei einem einarmigen Banditen (einem Spielautomaten) hat es total 3 Symbolräder, die sich unabhängig drehen. Alle Räder sind gleich aufgebaut: Es hat total 10 Symbole pro Rad:

- **Pro Rad 3 mal die „7“**
- **Pro Rad 4 mal das Symbol „BAR“**
- **Pro Rad 2 „Kirschen“**
- **Pro Rad 1 mal das Symbol „BAR-BAR“**

a) Wie gross ist die Chance, dass beim zufälligen Drehen der drei Räder gleich dreimal die „Sieben“ (siehe Bild“) erscheint?

b) Wie gross ist die Chance, dass beim zufälligen Drehen der drei Räder die Kombination „BAR“ – „BAR“- „BAR“ erscheint?

c) Wie gross ist die Chance, dass beim zufälligen Drehen der drei Räder die Kombination „BAR“ – „KIRSCHE“- „BAR“ erscheint?

d) Wie gross ist die Chance, dass beim zufälligen Drehen der drei Räder die Kombination „BAR-BAR“ – „BAR“- „7“ erscheint?

e) Der Jackpot wird geknackt, wenn gleich dreimal das Symbol „BAR-BAR“ erscheint. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit dafür?