

1	Bruttopreis		Rabatt		Nettopreis	
	a)	CHF 1568.—	CHF 250.90	16%	CHF 1317.10	84%
b)	CHF 309.10	CHF 68.—	22%	CHF 241.10	78%	
c)	CHF 38'931.—	CHF 7007.60	18%	CHF 31'923.40	82%	
d)	CHF 546.25	CHF 27.30	5%	CHF 518.95	95%	
e)	CHF 285.90	CHF 17.15	6%	CHF 268.75	94%	

Berechnungen (Beispiele)

a) Ansatz: CHF 1568.— ----- 100%
 CHF x ----- 16% $x = 1568 \cdot 16 : 100 = 250.88$
 Also ist der Nettopreis = Bruttopreis – Rabatt, also $1568 - 250.90 = 1317.10$.
 Und der Prozentsatz, welcher zum Nettopreis gehört ist ebenfalls Bruttopreis – Nettopreis, also $100 - 16 = 84\%$

b) Der Prozentsatz des Rabattes muss 22 % betragen (weil Bruttopreis – Rabatt = Nettopreis, also $100\% - 22\% = 78\%$)
Ansatz: CHF 68.-- ----- 22%
 CHF x ----- 100% $x = 68 \cdot 100 : 22 = 309.090909 = 309.10$
 Also ist der Nettopreis = Bruttopreis – Rabatt, also $309.10 - 68 = 241.10$.

d) Ansatz: CHF 546.25 ----- 100%
 CHF 27.30 ----- x% $x = 100 \cdot 27.30 : 546.25 = 4.99 = 5.00$
 Also ist der Nettopreis = Bruttopreis – Rabatt, also $546.25 - 27.30 = 518.95$
 Und der Prozentsatz, welcher zum Nettopreis gehört ist ebenfalls Bruttopreis – Nettopreis, also $100 - 5 = 95\%$

2	Nettopreis		Skonto		Zahlung	
	a)	CHF 568.—	CHF 9.10	1.6%	CHF 558.90	98.4%
b)	CHF 300.--	CHF 6.—	2%	CHF 294.--	98%	
c)	CHF 8931.—	CHF 267.95	3%	CHF 8663.05	97%	
d)	CHF 56.25	CHF 2.30	4.09%	CHF 53.95	95.91%	
e)	CHF 172.20	CHF 3.45	2%	CHF 168.75	98%	

Die Berechnungen erfolgen nach dem gleichen Muster wie oben. Allgemein gilt:
 Nettopreis – Skonto = Zahlung

3

Bruttopreis

- Rabatt (10.5%)

Nettopreis

- Skonto (2%)

Zahlung
CHF 1894.50

100%
→
89.5%
→
98%

Ansatz: CHF 1894.50.— ----- 98%
 CHF x ----- 100%
 $x = 1894.50 \cdot 100 : 98 = 1933.163 = 1933.15$

Ansatz: CHF 1933.15 ----- 89.5%
 CHF x ----- 100%
 $x = 1933.15 \cdot 100 : 89.5 = 2159.944 = 2159.95$

Der Bruttopreis beträgt CHF 2159.95

4

- Direktrabatt?

Ansatz: CHF 2345.-- ----- 98%
 CHF x ----- 100%
 $x = 2345 \cdot 100 : 98.8 = 2373.481 = 2373.50$

Ansatz: CHF 2373.50 ----- 91%
 CHF x ----- 100%
 $x = 2373.50 \cdot 100 : 91 = 2608.242 = 2608.25$ (Bruttopreis)

Ansatz: CHF 2608.25 ----- 100%
 CHF 2345.-- ----- x %
 $x = 100 \cdot 2345 : 2608.25 = 89.907 = 89.91\%$ (Zahlung in % vom Bruttopreis)

Somit müsste der Rabatt = $100 - 89.91 = 10.09\%$ betragen.

5

- Direktrabatt 9.7%

Nettopreis ausrechnen:
Ansatz: CHF 1239.25 ----- 100%
 CHF y ----- 91.7%
 $x = 1239.25 \cdot 91.7 : 100 = 1136.392 = 1136.40$ (Nettopreis)

Zahlung ausrechnen (mit dem Direktrabatt)
Ansatz: CHF 1239.25 ----- 100%
 CHF z ----- 90.3 %
 $x = 1239.25 \cdot 90.3 : 100 = 1119.043 = \text{CHF } 1119.05$ (Zahlung)

Prozentsatz der Zahlung vom Nettopreis ausrechnen
Ansatz: CHF 1136.40 ----- 100%
 CHF 1119.05 ----- x %
 $x = 100 \cdot 1119.05 : 1136.40 = 98.473 = 98.47\%$ (von Nettopreis)

Also ist das Skonto = $100 - 98.47 = 1.53\%$ gross.

6 a)

Aktion 1:
Ansatz: CHF 48.50 ----- 100%
 CHF 30.-- ----- x %
 $x = 100 \cdot 30 : 48.50 = 61.8557 = 61.86\%$ (Prozentsatz des Nettopreises vom Bruttopreis)
Der Rabatt ist also = $100 - 61.86 = 38.14\%$ (möglich wäre die direkte Berechnung mit Rabatt = CHF 18.50)

Aktion 2:
Ansatz: CHF 80.-- ----- 100%
 CHF 65.-- ----- x %
 $x = 100 \cdot 65 : 80 = 81.25\%$ (Prozentsatz des Nettopreises vom Bruttopreis)
Der Rabatt ist also = $100 - 81.25 = 18.75\%$ (möglich wäre die direkte Berechnung mit Rabatt = CHF 15.--)

b) Preiserhöhungen haben den Preis vor der Erhöhung als Grundwert (also den Aktionspreis).

Aktion 1:
Ansatz: CHF 30 ----- 100%
 CHF 48.50 ----- x %
 $x = 100 \cdot 48.50 : 30 = 161.6667 = 161.67\%$
Die Preiserhöhung ist = $161.67 - 100 = 61.67\%$ (möglich wäre die direkte Berechnung mit Erhöhung = CHF 18.50)

Aktion 2:
Ansatz: CHF 65.-- ----- 100%
 CHF 80.-- ----- x %
 $x = 100 \cdot 80 : 65 = 123.077 = 123.08\%$
Der Preiserhöhung ist = $123.08 - 100 = 23.08\%$ (möglich wäre die direkte Berechnung mit Erhöhung = CHF 15.--)

7	<p>a) Beispiel DVD-Player: <u>Ansatz:</u> CHF 346.-- ----- 100% CHF 245.50 ----- x %</p> <p>$x=100 \cdot 245.50 : 346 = 70.954 = 70.95 \%$ Der Rabatt ist = $100 - 70.95 = 29.05\%$ (möglich wäre die direkte Berechnung mit Rabatt = CHF 100.50)</p> <hr/> <p>b) Beispiel Home-Cinema: <u>Ansatz:</u> CHF 698.-- ----- 100% CHF 435.80 ----- x %</p> <p>$x=100 \cdot 435.80 : 698 = 62.4356 = 62.44 \%$ Der Rabatt ist = $100 - 62.44 = 37.56\%$ (möglich wäre die direkte Berechnung mit Rabatt = CHF 262.20)</p> <hr/> <p>c) Beispiel Fernseher: <u>Ansatz:</u> CHF 1684.50 ----- 100% CHF 150.-- ----- x %</p> <p>$x=100 \cdot 150 : 1684.50 = 8.9047 = 8.90 \%$ Der Rabatt ist 8.90% (hier ist die Verbilligung = Rabatt direkt angegeben!)</p> <hr/> <p>d) Beispiel Velo: <u>Ansatz:</u> CHF 450.-- ----- 100% CHF x ----- 14 %</p> <p>$x=450 \cdot 14 : 100 = 63 = \text{CHF } 63.--$ Der Rabatt ist CHF 63.-- (Der Rabatt ist in Prozent direkt angegeben!)</p> <hr/> <p>e) Beispiel Handy: <u>Ansatz:</u> CHF 599.-- ----- 100% CHF x ----- 89 %</p> <p>$x=599 \cdot 89 : 100 = 533.11 = \text{CHF } 533.10$ Der Rabatt ist CHF 533.10 (Auch hier ist der Rabatt in der Aufgabenstellung angegeben (in Prozent))</p>
8	<p><u>Variante 1 (mit einem eingesetzten Betrag):</u> Das Produkt wird immer wieder verkauft. Sinnvoll ist es, mit einem Anfangswert von CHF 100.— zu rechnen (dann müssen wir mindestens für den ersten Schritt keine grosse Rechnungen anstellen.)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Peter verkauft mit 14% Rabatt an Hans. Somit: Produktwert: CHF 100 → Hans kauft für CHF 86.— (Weil 14% von CHF 100 = CHF 14 sind.) 2. Hans verlangt 8% Zuschlag. Somit: Produktwert: CHF 86.-- → Aufpreis: 8% von 86 = 6.88 = 6.90 Gabriela kauft also für CHF 92.90 3. Gabriela verkauft mit 15% Rabatt und 2% Skonto. Somit: Produktwert: CHF 92.90 → Rabatt: 15% von 92.90 = 13.935 = 13.95 → Der Nettopreis ist also 78.95 Auf diesem Nettopreis gibt es 2% Skonto → 2% von 78.95 = 1.579 = 1.60 → Zahlung = 77.35 Fabia bezahlt also CHF 77.35 <p>4. Hätte Hans direkt verkauft, müsste Fabia einen Rabatt von 22.65% aushandeln. Der ursprüngliche Preis von CHF 100 ist dabei der Grundwert, der Schlusspreis von 77.35 ist der Nettopreis. Der Preisnachlass ist also CHF 22.65 und dies entspricht eben auch 22.65% von CHF 100.— (Darum ist der Preis CHF 100 für den Anfang besonders einfach gewählt)</p> <hr/> <p><u>Variante 2 (etwas mathematischer):</u> Wir setzen für das Produkt einen Wert x ein und verstehen die Rabatte als Dezimalzahlen.)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Peter verkauft mit 14% Rabatt an Hans. → Der Kaufpreis ist also 86% vom ursprünglichen Preis ($86\% = 0.86$) Somit: Hans kauft für $x \cdot 0.86 = 0.86x$ 2. Hans verlangt 8% Zuschlag → Der Kaufpreis ist also 108% vom vorherigen Preis. ($108\% = 1.08$) Somit: Gabriela kauft also $0.86x \cdot 1.08 = 1.08 \cdot 0.86 \cdot x = 0.9288x$ 3. Gabriela verkauft mit 15% Rabatt und 2% Skonto. → Der Nettopreis ist also 85% vom vorherigen Preis ($85\% = 0.85$) Somit: Nettopreis = $0.9288x \cdot 1.08 = 0.85 \cdot 0.9288 \cdot x = 0.78948x$ Auf diesem Nettopreis gibt es 2% Skonto → Die Zahlung ist also noch 98% vom Nettopreis ($98\% = 0.98$) Somit: Zahlung = $0.78948x \cdot 1.08 = 0.98 \cdot 0.78948 \cdot x = 0.7736904x$ 4. Hier sieht man den Nettopreis in % direkt vor sich: $0.7736904x = 0.7736904 \cdot x$, also 77.36904% von x. Die Differenz $100 - 77.36904 = 22.63096\%$ ist der Rabatt, welcher ausgehandelt werden müsste. <p>→ Die beiden Methoden liefern ein leicht unterschiedliches Ergebnis, da bei Variante 1 immer wieder gerundet wird und bei Variante 2 nicht. Bei Variante 2 kann das jeweilige Ergebnis im Rechner stehen gelassen werden und wieder verwendet werden.</p>

9 Variante 1: (Betrag einsetzen, wieder wählen wir CHF 100.--)

1. Bruttopreis: CHF 100 → Rabatt von 9% wird abgezogen, der Nettopreis ist also CHF 91.--(Weil 9% von 100 = 9.)
 Von diesem Nettopreis werden jetzt 2.5% Skonto abgezogen. 2.5% von 91 = 2.275 = CHF 2.30
 Die Zahlung ist also CHF 88.70 (bei einem Startwert von CHF 100)

2. Bruttopreis: CHF 100 → 11% Rabatt wird abgezogen, der Nettopreis ist also CHF 89.--(Weil 11% von 100 = 11.)
 Von diesem Nettopreis werden jetzt 0.5% Skonto abgezogen. 0.5% von 89 = 0.445 = CHF 0.45
 Die Zahlung ist also CHF 88.55 (bei einem Startwert von CHF 100)

Nun wird mit Proportionalität weiter gerechnet:
 Die Grundlage bildet dabei die jeweilige Preisdifferenz:
 Wenn bei Startwert von CHF 100 eine Differenz von CHF 0.15 herauskommt, welchen Startwert braucht es dann,
 um eine Differenz von CHF 51.45 zu erhalten?

Ansatz: CHF 100.-- ----- Differenz CHF 0.15
 CHF x ----- Differenz CHF 51.45

$x = 100 \cdot 51.45 : 0.15 = 34300 = \text{CHF } 34'300.--$

Der Bruttopreis müsste CHF 34'300.-- betragen.

Variante 2: (Bruttopreis x, die Prozentwerte als Dezimalzahlen verstehen--)

1. Rabatt von 9% wird abgezogen, der Nettopreis ist also 91% vom Bruttopreis (91% = 0.91)
 Somit: Nettopreis = $x \cdot 0.91 = 0.91x$

Davon erfolgt 2.5% Skontoabzug, es bleiben für die Zahlung also 97.5% vom Nettopreis (97.5% = 0.975)
 Somit Zahlung = $0.91x \cdot 0.975 = 0.975 \cdot 0.91 \cdot x = 0.88725x$

2. Rabatt von 11% wird abgezogen, der Nettopreis ist also 89% vom Bruttopreis (89% = 0.89)
 Somit: Nettopreis = $x \cdot 0.89 = 0.89x$

Davon erfolgt 0.5% Skontoabzug, es bleiben für die Zahlung also 99.5% vom Nettopreis (99.5% = 0.995)
 Somit Zahlung = $0.89x \cdot 0.995 = 0.995 \cdot 0.89 \cdot x = 0.88555x$

Jetzt gibt es also eine Differenz von $0.88725x - 0.88555x = 0.0017x$

Und weiter geht's mit einer Gleichung:

$0.0017x = 51.45 \quad | : 0.0017$
 $x = 30'264.706$

Der Bruttopreis müsste CHF 30'264.70 betragen.

Erneut ergibt sich eine Differenz (in diesem Fall rund CHF 4000.--). Dies ist wiederum auf die verschiedenen Rundungen in der Variante 1 zurückzuführen. Die 2. Variante ist also genauer, dafür etwas theoretischer.

10

	Preisreduktion	Preiserhöhung
a)	10%	11.11%
b)	35%	53.85%
c)	15%	17.65%
d)	15.25%	18%
e)	40.48%	68%
f)	33.33%	50%

Berechnungen an den Beispielen a) und d):

a) ursprünglicher Preis: CHF 100. → Nach der Reduktion also noch CHF 90.--
 Es muss eine Preiserhöhung um CHF 10 erfolgen (der Grundwert der Erhöhung ist CHF 90.--):
Ansatz: CHF 90.-- ----- 100%
 CHF 10 ----- x%

$x = 100 \cdot 10 : 90 = 11.111 = 11.11\%$

d) Aktionspreis: CHF 100. → Nach der Erhöhung also CHF 118.--
 Es musste also eine Preissenkung (Rabatt) von CHF 18.-- erfolgen (der Grundwert dabei sind CHF 118):
Ansatz: CHF 118.-- ----- 100%
 CHF 18 ----- x%

$x = 100 \cdot 18 : 118 = 15.254 = 15.25\%$

1

Höhenunterschied	Horizontale Länge	Länge der Schrägstrecke	Steigung
140 m	3500m	3502.80 m	4%
77.62 m	600 m	605 m	12.94%
1800 m	3024.96 m	3, 520 km	59.51%
1320 m	480 m	1404.56 m	275%
3.15 m	75 m	75.07 m	42 ‰ (Promille!)

Berechnungen Beispiele:

a) $a = \frac{h}{l} = \frac{140}{3500} = 0.04 \rightarrow$ Steigung = $0.04 \cdot 100 = 4\%$; $s = \sqrt{l^2 + h^2} = \sqrt{140^2 + 3500^2} = 3502.79888 = 3502.80$

b) $h = \sqrt{s^2 - l^2} = \sqrt{605^2 - 600^2} = 77.62084 = 77.62$ m;
 $a = \frac{h}{l} = \frac{77.62}{600} = 0.129368 \rightarrow$ Steigung = $0.129368 \cdot 100 = 12.9368\% = 12.94\%$;

c) $l = \sqrt{s^2 - h^2} = \sqrt{3520^2 - 1800^2} = 3024.96281 = 3024.96$ m;
 $a = \frac{h}{l} = \frac{1800}{3024.96} = 0.59505 \rightarrow$ Steigung = $0.59505 \cdot 100 = 59.505\% = 59.51\%$;

d) Steigung 275% = 2.75 (Umwandlung in Dezimalzahl); $l = \frac{h}{a} = \frac{1320}{2.75} = 480$ m
 $s = \sqrt{l^2 + h^2} = \sqrt{480^2 + 1320^2} = 1404.563989 = 1404.56$ m;

e) Steigung 42‰ = 4.2% = 0.042 (Umwandlung in Dezimalzahl); $h = l \cdot a = 75 \cdot 0.042 = 3.15$ m
 $s = \sqrt{l^2 + h^2} = \sqrt{75^2 + 3.15^2} = 75.06612 = 75.07$ m;

2

Gegeben sind: $s = 25000$ m; $h = 654$ m

\rightarrow Somit müssen wir zuerst die horizontale Länge berechnen:

$l = \sqrt{s^2 - h^2} = \sqrt{25000^2 - 654^2} = 24991.44422$ m

\rightarrow Damit können wir jetzt die Steigung berechnen:

$a = \frac{h}{l} = \frac{654}{24991.44422} = 0.026168956 \rightarrow$ Steigung = $0.026168956 \cdot 100 = 2.616895584$



Die Steigung beträgt 2.62%.

3

Gegeben sind: $a = 45\% = 0.45$ (als Dezimalzahl); $l = 158$ cm

\rightarrow Der Höhenunterschied (gem. Formeldreieck):

$h = a \cdot l = 0.45 \cdot 158 = 71.1$ m

Der Höhenunterschied beträgt 71.1 m.



4

a) Zuerst im Steigungsdreieck alle gegebenen Größen eintragen. Da die Schrägstrecke um 23% grösser ist als die horizontale Länge (= Grundwert), ist sie $100 + 23 = 123\%$.

Variante 1: (mit Zahlen)

Wir setzen möglichst einfache Zahlen ein: für $l = 100$ m, dann ist $s = 123$ m

\rightarrow Also $h = \sqrt{s^2 - l^2} = \sqrt{123^2 - 100^2} = 71.617$ m

\rightarrow Damit ist $a = \frac{h}{l} = \frac{71.617}{100} = 0.71617 \rightarrow$ Steigung $a = 0.71617 \cdot 100 = 71.617\%$

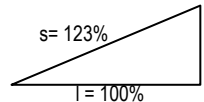
Die Steigung ist somit 71.62%

Variante 2: (mit Variablen)

Wir setzen möglichst einfache Zahlen ein: Für l setzen wir x ein. Dann gilt: $l = x$, $s = x + 0.23x = 1.23x$

\rightarrow Also $h = \sqrt{s^2 - l^2} = \sqrt{1.23x^2 - x^2} = 0.71617x \rightarrow$ Damit ist $a = \frac{h}{l} = \frac{0.71617x}{x} = 0.71617$

\rightarrow Steigung $a = 0.71617 \cdot 100 = 71.617\% \rightarrow$ **Die Steigung ist somit 71.62%**



b) Zuerst im Steigungsdreieck alle gegebenen Größen eintragen. Da der Höhenunterschied um 35% kleiner ist als die Schrägstrecke (= Grundwert), ist er $100 - 35 = 65\%$.

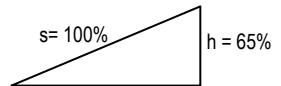
Der Einfachheit halber NUR Variante 1: (mit Zahlen)

Wir setzen möglichst einfache Zahlen ein: für $s = 100$ m, dann ist $h = 65$ m

\rightarrow Also $l = \sqrt{s^2 - h^2} = \sqrt{100^2 - 65^2} = 75.99342007$ m

\rightarrow Damit ist $a = \frac{h}{l} = \frac{65}{75.99342007} = 0.855337203 \rightarrow$ Steigung $a = 0.855337203 \cdot 100 = 85.5337203\%$

Die Steigung ist somit 85.53%



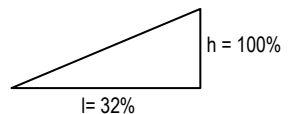
c) Zuerst im Steigungsdreieck alle gegebenen Größen eintragen. Da die horizontale Länge 32% des Höhenunterschiedes (Grundwert) beträgt, ist $l = 32\%$, $h = 100\%$.

Der Einfachheit halber NUR Variante 1: (mit Zahlen)

Wir setzen möglichst einfache Zahlen ein: für $h = 100$ m, für $l = 32$ m

\rightarrow Damit ist $a = \frac{h}{l} = \frac{100}{32} = 3.125 \rightarrow$ Steigung $a = 3.125 \cdot 100 = 312.5\%$

Die Steigung ist somit 312.5%



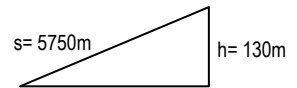
5 Der Zug fährt mit $v = 69 \text{ km/h} = 19.16667 \text{ m/s}$ während $t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}$ (. Also legt er in dieser Zeit einen Weg s zurück. Wir kennen noch die Formeln: $s = v \cdot t = 19.16667 \cdot 300 = 5750 \text{ m}$. Somit kennen wir den Weg des Zuges (Schrägstrecke). $s = 5750 \text{ m}$. Ebenfalls kennen wir den Höhenunterschied $h = 130 \text{ m}$.

→ Für die Steigung brauchen wir noch die horizontale Länge l .

$$l = \sqrt{s^2 - h^2} = \sqrt{5750^2 - 130^2} = 5748.530247 \text{ m}$$

$$\text{Damit ist } a = \frac{h}{l} = \frac{130}{5748.530247} = 0.022614476 \rightarrow \text{Steigung} = 0.022614476 \cdot 100 = 2.2614476\%$$

Die Steigung ist somit 2.26%



6 a) Die Distanz von Punkt A zu Punkt B ist 13km. (Dies ist die „Bodendistanz, nicht etwa die „Flugdistanz“).
b) Damit können wir bereits den Höhenunterschied berechnen, nämlich Die Steigung $25.3\% = 0.253$ (Dezimalzahl)

→ Der Höhenunterschied (gem. Formeldreieck):

$$h = a \cdot l = 0.253 \cdot 13000 = 3289 \text{ m}$$

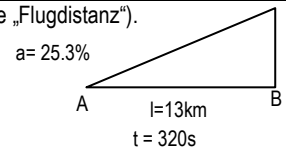
Der Höhenunterschied beträgt 3289 m

→ Jetzt können wir die Schrägstrecke einfach berechnen:

$$s = \sqrt{l^2 + h^2} = \sqrt{13000^2 + 3289^2} = 13409.60555 \text{ m}$$

→ Nun kennen wir $s = 13409.61 \text{ m}$ und $t = 320 \text{ s}$, können also jetzt die Fluggeschwindigkeit v berechnen.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{13409.61}{320} = 41.91 \text{ m/s oder } 150.86 \text{ km/h}$$

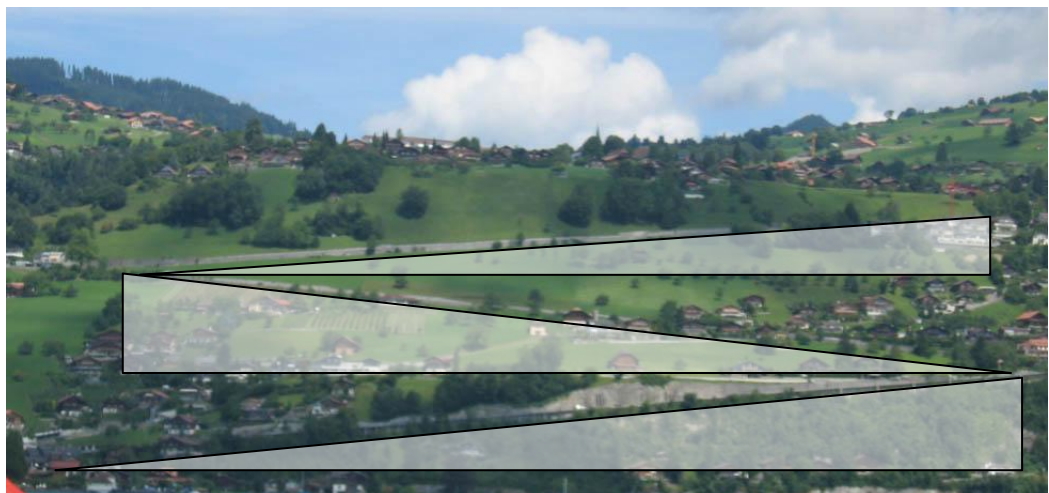


7 Diese Frage ist einfach beantwortet:

Der Höhenunterschied, den man bewältigen will, ändert sich ja nicht, ob man direkt („grad“) nach oben fährt, oder ob man einige Kehren in Kauf nimmt. Somit ist also h immer gleich gross.



Durch die enorme Verlängerung der horizontalen Länge wird aber die Steigung viel kleiner.



→ Diesen Trick verwendet man, damit Autos, Velos oder auch Fussgänger nicht die äusserst anstrengende, extreme Steigung bewältigen müssen, sondern eine „angenehm“ kleine Steigung vorfinden.