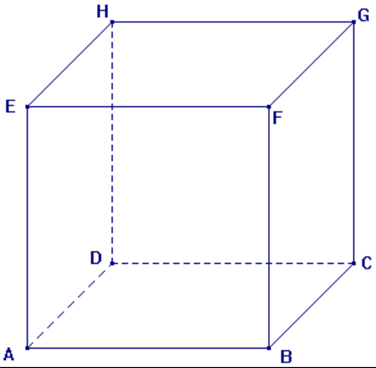
Seiten 5 / 6

Aufgaben Würfel (Lösungen sind verkleinert gezeichnet)

1 a) b) c) d)

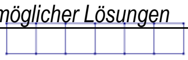
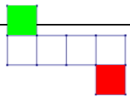
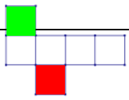
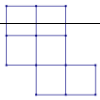
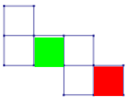
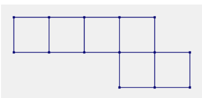
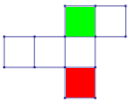


Bei allen drei entsteht das gleiche Bild.

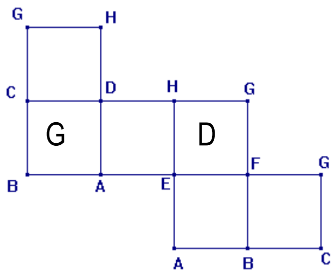
Die Lösungsidee:

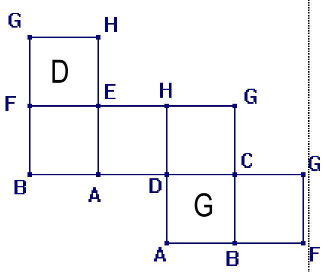
1. Zuerst anhand der sichtbaren und nicht sichtbaren Kanten feststellen, welche Kanten gegeben sind und die Punkte anschreiben.
2. Bei a) 45°-Gerade zeichnen (durch A)
3. Bei b) Senkrechte auf AB durch A
4. Bei c) Senkrechte durch C auf DC
5. Danach parallel verschieben der verschiedenen Kanten (auch bei d).

2

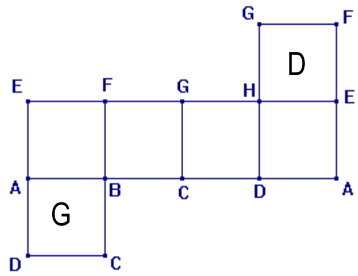
	Netz *markierte Deck- und Grundfläche sind Beispiele möglicher Lösungen*	*Würfelnetz*	*kein Würfelnetz*
a)		☐	☑
b)		☑	☐
c)		☑	☐
d)		☐	☑
e)		☑	☐
f)		☐	☑
g)		☑	☐

3 a)

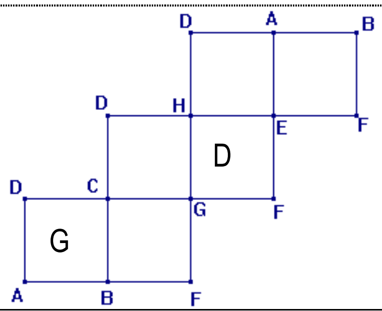




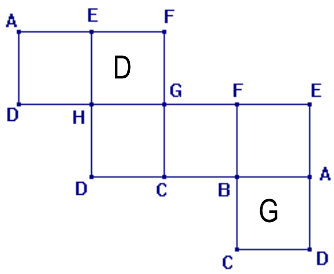
b)



c)



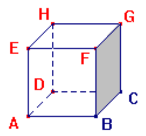
d)

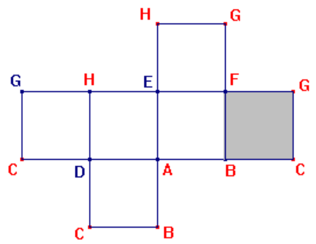


Seite 6

Aufgaben Würfel (Lösungen sind verkleinert gezeichnet)

4 a)

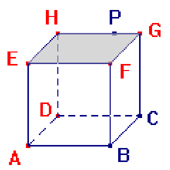


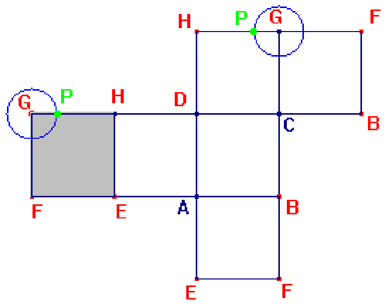


Die Lösungsidee:

1. Das Raumbild fertig beschriften.
2. Im Raumbild die Fläche suchen, wo D und G vorkommen und dann die Fläche im Netz anschreiben.
3. Das Netz fertig beschriften.
4. Die im Raumbild schraffierte Fläche identifizieren (Fläche BCFG) und im Netz suchen.
5. Fläche BCFG im Netz schraffieren.

b)

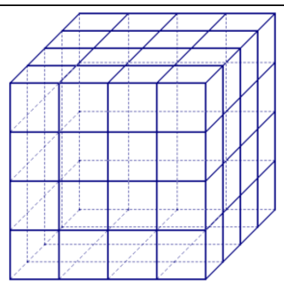




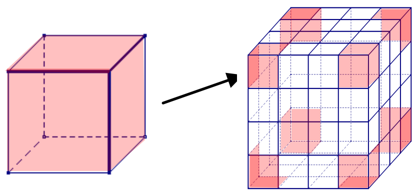
Die Lösungsidee:

1. Die gegebenen Punkte in Netz und Raumbild anschauen und Flächen identifizieren.
2. Dann Netz und Raumbild fertig beschriften.
3. Der Punkt P liegt auf der Kante GH. Ich nehme also die **Entfernung PG in den Zirkel und trage das auf jeder Kante GH im Netz ab.**
4. Dann kann ich den Punkt P entsprechend zweimal eintragen (Durch das Auffalten wird er dann zu einem Punkt P)

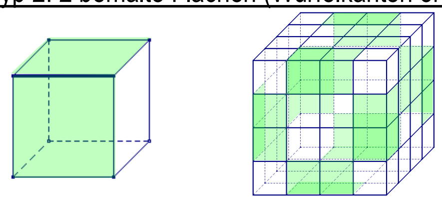
5



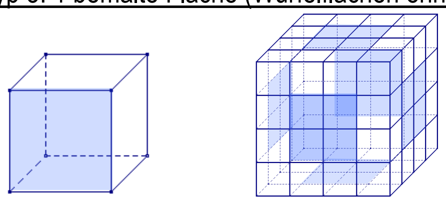
Typ 1: 3 bemalte Flächen (Würfelecken)



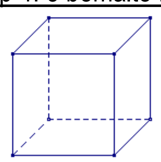
Typ 2: 2 bemalte Flächen (Würfelkanten ohne Ecken)



Typ 3: 1 bemalte Fläche (Würfelflächen ohne Kanten)



Typ 4: 3 bemalte Flächen (Würfelinneres)



Dies ist der Würfel, aus welchem 64 Teilwürfelchen geschnitten werden können. Man muss den Würfel in Breite, Länge und Höhe jeweils Vierteln (weil 4 • 4 • 4 = 64). Somit können wir die einzelnen Teilwürfel-Typen bezeichnen:

3 bemalte Flächen:
Können nur in den Ecken des Würfels entstehen:
➔ Also **8 Würfel mit 3 bemalten Flächen** (weil der Würfel 8 Kanten hat).

2 bemalte Flächen:
Sind an Würfelkanten „zwischen den Ecken“. Da wir jede Dimension in 4 geteilt haben, sind das pro Kante noch 2 Würfel (4 Würfel – 2 Eckwürfel):
➔ Also **24 Würfel mit 2 bemalten Flächen** (weil der Würfel 12 Kanten mit je 2 solchen Würfeln hat, 12 • 2 = 24 Würfel mit 2 bemalten Flächen).

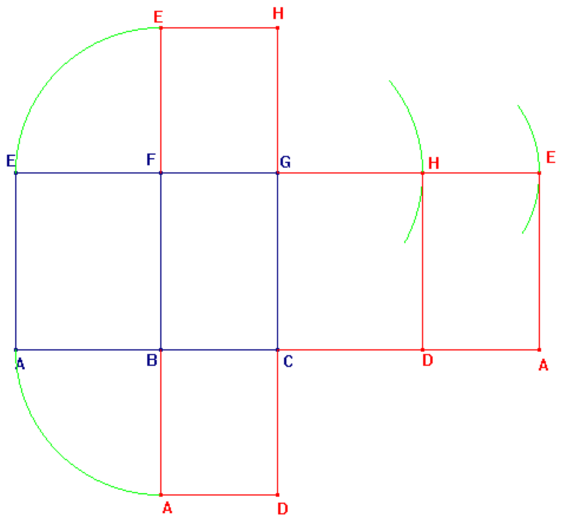
1 bemalte Flächen:
Sind auf den Seitenflächen „zwischen den Kantenwürfeln“. Hier sind das 4 Würfelchen pro Seitenfläche, die mit einer Fläche bemalt sind.
➔ Also **24 Würfel mit 1 bemalten Flächen** (weil der Würfel 6 Flächen mit je 4 solchen Würfeln hat, 6 • 4 = 24 Würfel mit 1 bemalten Fläche).

0 bemalte Flächen:
Diese Würfelchen sind im Innern des ursprünglichen Würfels. Also alle, die wir nicht schon gezählt haben….
➔ Total hat es 64 Würfelchen – 8 (3-Flächen) – 24 (2-Flächen) – 24 (1 Fläche) = 64 – 8 – 24 – 24 = 8 **Würfel mit keiner bemalten Fläche**

Seite 8

Aufgaben Quader (Lösungen sind verkleinert gezeichnet)

1 a)



Die Lösungsidee:

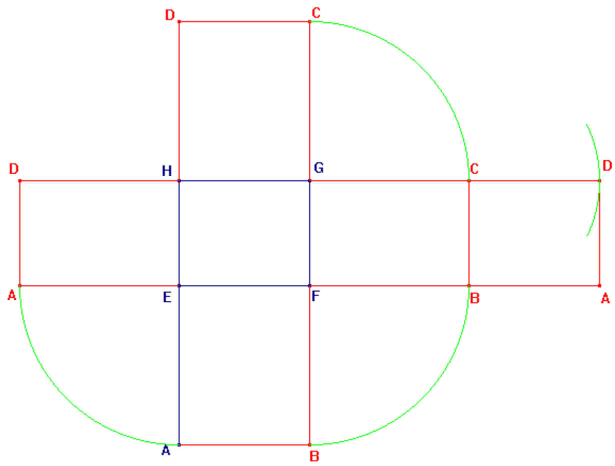
1. Die Gerade durch EF zeichnen, auf welcher die nächsten Quaderkanten liegen
2. Mit dem Zirkel die Streckenlänge von EF von G aus abtragen ➔ H (weil GH gleich lang ist wie EF). Von H aus dann die Streckenlänge von FG abtragen ➔ E (weil EH = FG)
3. Die Senkrechten durch G, H zeichnen und mit der Gerade durch ABC schneiden → D, A
4. Nun die Deck- und Grundfläche ansetzen. Dabei überträgt man mit dem Zirkel die entsprechende Streckenlänge, hier EF von F aus übertragen.

➔ Achtung, dies ist nur eine von vielen möglichen Lösungen. Du hast vielleicht eine andere. dann überprüfe, ob die Streckenlängen übereinstimmen:

EF = GH = AB = CD
BC = FG = AD = EH
AE = BF = CG = HD

und ob sich das Netz wirklich zu einem Quader auffalten lässt.

b)



Die Lösungsidee:

1. Die Strecke EF parallel durch A verschieben, GF verlängern ➔ B
2. EF verlängern, B übertragen von F aus
3. Dleiches gilt für die Punkte A und C → Übertragen
4. Die Grundfläche noch irgendwo ansetzen. Dabei übertragen wir die Streckenlänge von GH z.B. von C aus.
5. Dann Netz fertig beschriften

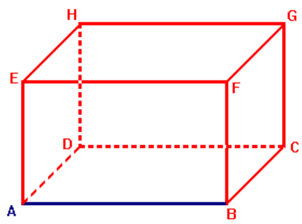
➔ Achtung, dies ist nur eine von vielen möglichen Lösungen. Du hast vielleicht eine andere. dann überprüfe, ob die Streckenlängen übereinstimmen:

EF = GH = AB = CD
BC = FG = AD = EH
AE = BF = CG = HD

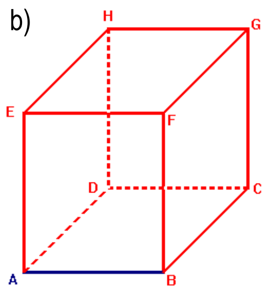
und ob sich das Netz wirklich zu einem Quader auffalten lässt.

2 Diese Raumbilder sind verkleinert gezeichnet:

a)



b)



Das Quader sieht von der Form her so aus, wie das Musterbild links. ➔ **Sichtbarkeit beachten!**

Beachte: Die nach hinten verlaufenden Strecken sind im Raumbild halb so lange zu zeichnen, wie sie in Wirklichkeit sind: Zudem ist zwischen AB und AE ein Winkel von 45° zu zeichnen (anstelle der „Original“ 90°)

a) BC wird also 2cm lang (4cm : 2 = 2cm)
b) BC wird also 3cm lang (6cm :2 = 3cm)

Alle anderen Strecken haben Originallänge.

Seite 11

Aufgaben Berechnungen in Quader und Würfel

1 a)

	Länge a	Breite b	Höhe h	Oberfläche	Volumen
a)	2 cm	4 cm	9 cm	**124cm²**	**72 cm³**
b)	5 cm	8 cm	**2.5 cm**	**145cm²**	100 cm³
c)	3 cm	**6 cm**	4 cm	**108cm²**	72 cm³
d)	**2.5 cm**	4 cm	6 cm	**98cm²**	60 cm³
e)	**5 cm**	**5 cm**	**5 cm**	150 cm² (Würfel)	**125cm³**
f)	**6 cm**	**6 cm**	**6 cm**	216 cm² (Würfel)	**216cm³**

Berechnungen:

a) V = a • b • c = 2 • 4 • 9 = 8 • 9 = **72 cm³**
S= 2•(a•b + a•c + b•c) = 2•(2•4+2•9+4•9)=
2•(8+18+36)= 2•62 = **124cm²**

b) h = V : (a • b) = V : G = 100 : (5•8) = 100 : 40 = **2.5 cm**
S= 2•(a•b + a•c + b•c) = 2•(5•8+5•2.5+8•2.5)=
2•(40+12.5+20)= 2•72.5 = **145cm²**

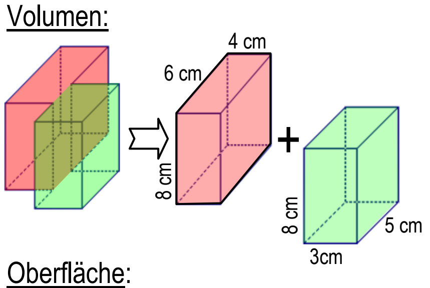
c) b = V : (h • a) = 72 : (3•4) = 72 : 12 = **6 cm**
S= 2•(a•b + a•c + b•c) = 2•(3•6+3•4+6•4)=
2•(18+12+24)= 2•54 = **108cm²**

d) a = V : (h • b) = 72 : (6•4) = 60 : 24 = **2.5 cm**
S= 2•(a•b + a•c + b•c) = 2•(2.5•4+2.5•6+4•6)=
2•(10+15+24)= 2•49 = **98cm²**

e) Im Würfel sind alle drei Kantenlängen gleich. Also ist die Oberfläche = 6 • Seitenfläche. Die Seitenfläche ist dabei Kante • Kante = a•a = a² .
➔ Somit Seitenfläche = S : 6 = 150 : 6 = 25 cm²
Nun fragen wir: Welche Zahl mal sich selber gibt 25?
➔ 5 • 5 = 25. Somit ist die Kantenlänge **a = 5cm**
V = a • a • a = 5 • 5 • 5 = 25 • 5 = **125 cm³**

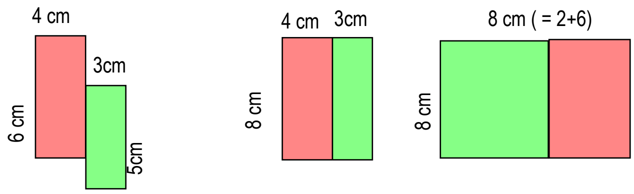
f) Gleiche Überlegung wie oben:
Seitenfläche = S : 6 = 216 : 6 = 36 cm²
Nun fragen wir: Welche Zahl mal sich selber gibt 36?
➔ 6 • 6 = 36. Somit ist die Kantenlänge **a = 6cm**
V = a • a • a = 6 • 6 • 6= 36 • 5 = **216 cm³**

2 a) Volumen:



Oberfläche:

von oben / unten: von vorne / hinten: von links /rechts

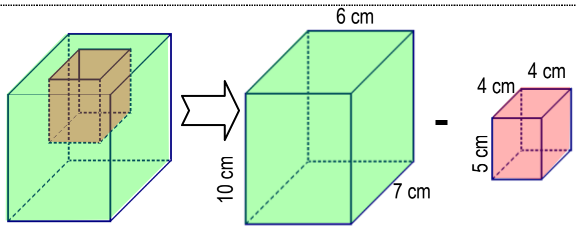


Volumen:
Der Quader wird in zwei Teilquader zerlegt. Diese können einfach berechnet werden.
Grüner Teilquader (rechts) : $V_{grün}$ = 3 • 5 • 8 = 120 cm³
roter Teilquader (links): V_{rot} = 6 • 8 • 4 = 192 cm³
Volumen$_{\text{Körper}}$ = $V_{grün}$ + V_{rot} = 120 + 192 = **312 cm³**

Oberfläche:
Fläche $_{\text{von oben / unten}}$: 2 • (6•4 + 3•5) = 2•39 = 78 cm²
Fläche $_{\text{von vorne / hinten}}$: 2 • (4•8 + 3•8) = 2•56 = 112 cm²
Fläche $_{\text{von links / rechts}}$: 2 • (8•8) = 2•64 = 128 cm²

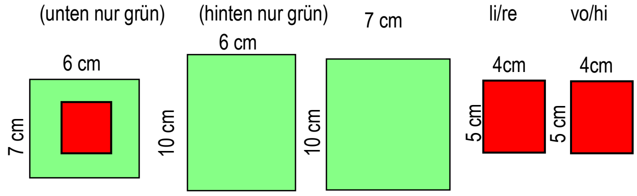
Totale Oberfläche = 78 + 112 + 128 = **318 cm²**

b)



Oberfläche:

von oben / unten: (unten nur grün) von vorne / hinten: (hinten nur grün) von links /rechts Innenseiten: li/re vo/hi



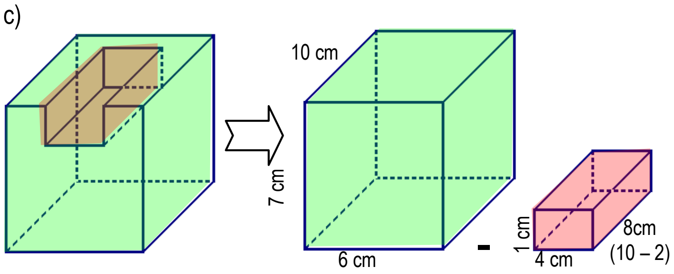
Volumen:
Vom ganzen Quader wird der kleine Quader weggenommen.
Grosser Quader (links) : V_{gross} = 10 • 6 • 7 = 420 cm³
Kleiner Teilquader (rechts): V_{klein} = 5 • 4 • 4 = 80 cm³
Volumen$_{\text{Körper}}$ = V_{gross} – V_{klein} = 420 – 80 = **340 cm³**

Oberfläche:
Fläche $_{\text{von oben / unten}}$: 2 • (6•7) = 2•42 = 84 cm²
Fläche $_{\text{von vorne / hinten}}$: 2 • (10•6) = 2•60 = 120 cm²
Fläche $_{\text{von links / rechts}}$: 2 • (10•7) = 2•70 = 140 cm²
Fläche $_{\text{innen links / rechts}}$: 2 • (4•5) = 2•20 = 40 cm²
Fläche $_{\text{innen vorne / hinten}}$: 2 • (4•5) = 2•20 = 40 cm²
Totale Oberfläche = 84+120+140+40+40= **424 cm²**

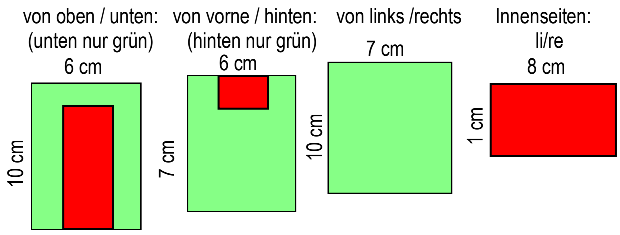
Seite 12

Aufgaben Berechnungen in Quader und Würfel

2 c)



Oberfläche:



Volumen:

Vom ganzen Quader wird der kleine Quader weggenommen.

Grosser Quader (links) : $V_{gross} = 6 \bullet 10 \bullet 7 = 420\ cm^3$

Kleiner Teilquader (rechts): $V_{klein} = 4 \bullet 1 \bullet 8 = 32\ cm^3$

Volumen$_{\textbf{Körper}}$ $= V_{gross} - V_{klein} = 420 - 32 =$ **388 cm³**

Oberfläche:

Fläche $_{von\ oben\ /\ unten}$: $2 \bullet (6 \bullet 10) = 2 \bullet 60 = 120\ cm^2$

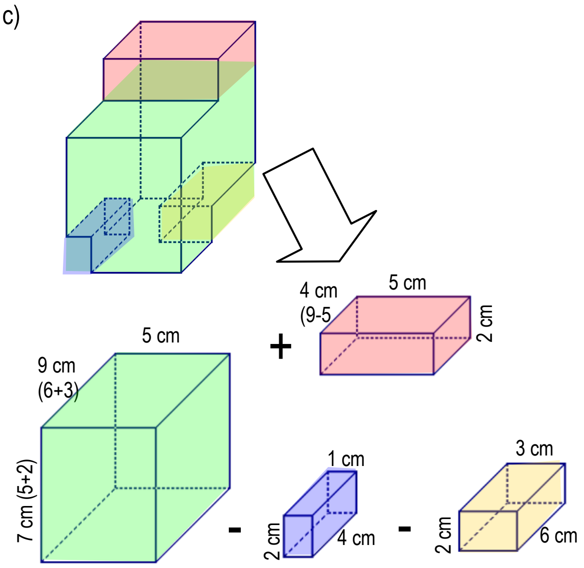
Fläche $_{von\ vorne\ /\ hinten}$: $2 \bullet (7 \bullet 6) = 2 \bullet 42 = 84\ cm^2$

Fläche $_{von\ links\ /\ rechts}$: $2 \bullet (10 \bullet 7) = 2 \bullet 70 = 140\ cm^2$

Fläche $_{innen\ links\ /\ rechts}$: $2 \bullet (1 \bullet 8) = 2 \bullet 8 = 16\ cm^2$

Totale Oberfläche = 120 + 84 + 140 + 16= **360 cm²**

c)



Oberfläche:

von oben / unten ist die jeweils gleich grosse Fläche zu sehen
von links / rechts ist jeweils eine gleich grosse Fläche zu sehen
von oben / unten ist ebenfalls jeweils eine gleichgrosse Fläche zu sehen.

Die „Abgeschnittenen Quader“ machen für die Oberfläche keine Veränderung aus, denn die entsprechenden Oberflächenanteile entsprechen dem herausgeschnittenen Teil.

Lediglich die vordere / hintere und linke / rechte Seite des roten Quaders muss addiert werden.

Volumen:

Vom grünen Quader nimmt man unten zwei kleine Quader weg (gelb, grün). Dann setzt man den roten Quader noch oben drauf..

Grosser Quader (links) : $V_{grün} = 7 \bullet 9 \bullet 5 = 315\ cm^3$

Kleiner Teilquader (unten li): $V_{blau} = 2 \bullet 4 \bullet 1 = 8\ cm^3$

Kleiner Teilquader (unten re): $V_{gelb} = 2 \bullet 3 \bullet 6 = 36\ cm^3$

Zusatz Teilquader (oben): $V_{rot} = 4 \bullet 5 \bullet 2 = 40\ cm^3$

Volumen$_{\textbf{Körper}}$ $= V_{grün} - V_{blau} - V_{gelb} + V_{rot}$
$= 315 - 8 - 36 + 40 =$ **311 cm³**

Oberfläche:

Fläche $_{von\ oben\ /\ unten}$: $2 \bullet (9 \bullet 5) = 2 \bullet 45 = 90\ cm^2$

Fläche $_{von\ vorne\ /\ hinten}$: $2 \bullet (7 \bullet 5) = 2 \bullet 35 = 70\ cm^2$

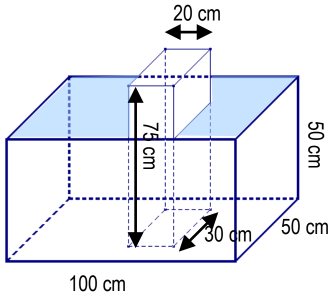
Fläche $_{von\ links\ /\ rechts}$: $2 \bullet (7 \bullet 9) = 2 \bullet 63 = 126 cm^2$

Fläche $_{von\ rot\ links\ /\ rechts}$: $2 \bullet (2 \bullet 4) = 2 \bullet 8 = 16\ cm^2$

Fläche $_{von\ rot\ vorne\ /\ hinten}$: $2 \bullet (2 \bullet 5) = 2 \bullet 10 = 20\ cm^2$

Totale Oberfläche = 90 + 70 + 126 + 16 + 20=**322 cm²**

3 a)



b)

Der kleine Quader hat ein Volumen von $20 \bullet 75 \bullet 30 = 45000\ cm^3$.
Der Teil, welcher im Wasser steht, hat ein Volumen von $20 \bullet 30 \bullet 50 = 30000 cm^3$

Somit „fehlen“ 30000 cm³, wenn man den Quader aus der Wanne entfernt.
Die Bodenfläche der Wanne ist $50 \bullet 100 = 5000\ cm^2$
Dies entspricht einer Höhe von 30000 : 5000 = 6 cm (Weil $V = G \bullet h \rightarrow h = V : G$)
➔ **Der Wasserspiegel sinkt um 6cm.**

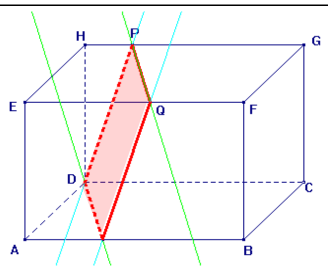
Legt man den Quader ins Wasser, so müssen zusätzliche 15000 cm³ in die Wanne.
Dies entspricht bei der gegebenen Grundfläche von 5000cm² einer Höhe von:
h = V : G = 15000 : 5000 = 3 cm. (weil $V = G \bullet h \rightarrow h = V : G$)

➔ **Die Wanne ist um 3cm zu tief.**

Seite 16

Konstruktion von Flächen und Strecken in wahrer Form und Grösse (Lösungen sind verkleinert gezeichnet)

1 a)

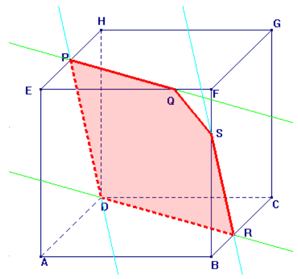


PD sind in der gleichen Fläche (Hinterfläche)
PQ sind in der gleichen Fläche (Deckfläche)

PQ parallel durch D verschieben (D liegt in Grundfläche, also ist die Schnittkante parallel zu derjenigen in der Deckfläche)

Dann vervollständigen

b)



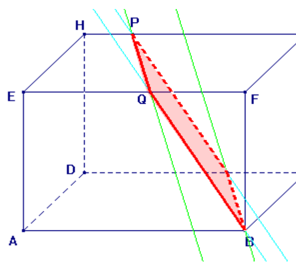
PQ sind in der gleichen Fläche (Deckfläche)
PD sind in der gleichen Fläche (rechte Seitenfläche)

PQ parallel durch D verschieben (D liegt in Grundfläche, also ist die Schnittkante parallel zu derjenigen in der Deckfläche)
→ Es entsteht der Punkt R.

Nun PD parallel durch R (linke / rechte Seitenfläche haben parallele Schnittkanten) → Es entsteht der Punkt S

Dann vervollständigen

c)

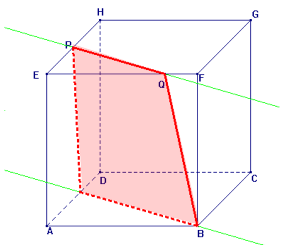


QB sind in der gleichen Fläche (Vorderfläche)
PQ sind in der gleichen Fläche (Deckfläche)

PQ parallel durch B verschieben (B liegt in Grundfläche, also ist die Schnittkante parallel zu derjenigen in der Deckfläche)

Dann vervollständigen

d)

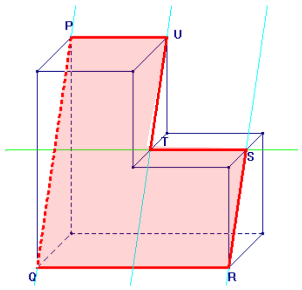


QB sind in der gleichen Fläche (Vorderfläche)
PQ sind in der gleichen Fläche (Deckfläche)

PQ parallel durch B verschieben (B liegt in Grundfläche, also ist die Schnittkante parallel zu derjenigen in der Deckfläche)

Dann vervollständigen

e)



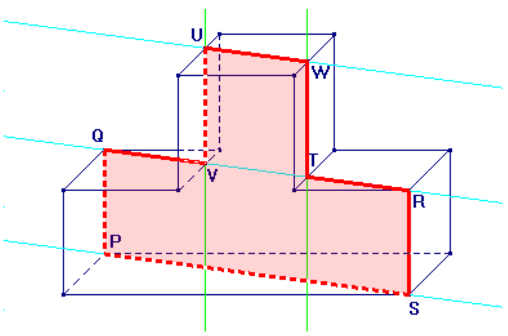
PQ verbinden (gleiche Seitenfläche) und parallel durch R verschieben (*parallele Seiten haben parallele Schnittkanten*)
➔ Es entsteht der Punkt S

QR parallel durch S verschieben (*parallele Seiten haben parallele Schnittkanten*) ➔ Es entsteht der Punkt T

PQ parallel durch T verschieben (*parallele Seiten haben parallele Schnittkanten*) ➔ Es entsteht der Punkt U

vervollständigen

f)



PQ verbinden (gleiche Seitenfläche) und parallel durch R verschieben (*parallele Seiten haben parallele Schnittkanten*)
➔ Es entsteht der Punkt S

PS parallel durch Q verschieben (*parallele Seiten haben parallele Schnittkanten*) ➔ Es entstehen die Punkte T, V

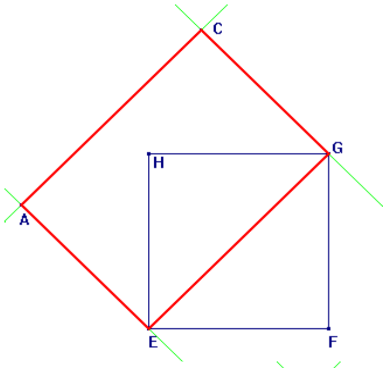
PQ parallel durch T und V verschieben (*parallele Seiten haben parallele Schnittkanten*) ➔ Es entstehen die Punkte W, U

vervollständigen

Seiten 17 / 18

Konstruktion von Flächen und Strecken in wahrer Form und Grösse (Lösungen sind verkleinert gezeichnet)

2 a)

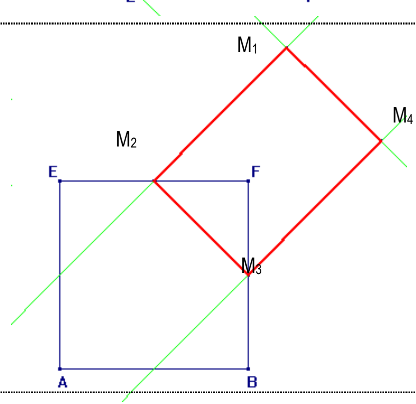


Zuerst das Quadrat (Deckfläche oder Grundfläche) zeichnen, damit man die Länge der Strecke EG konstruieren kann.

Danach senkrecht zu EG die Würfelkante abtragen und vervollständigen.

Die Seitenlängen des Würfels für die Konstruktion können mit dem Zirkel vom Raumbild übernommen werden (von der Vorderfläche!)

b)

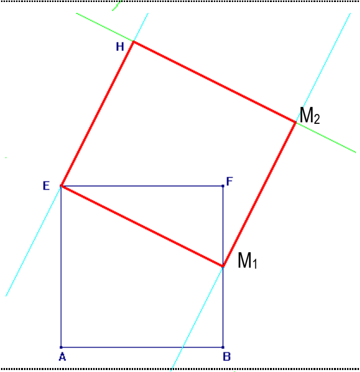


Zuerst konstruieren wir die Vorderfläche (Quadrat)
Danach bestimmen wir die Seitenmitten M_2 (Mitte von EF) und M_3 (Mitte von BF).

Anschliessend Senkrechte zu M_2M_3 mit Würfelkantenlänge abtragen und vervollständigen.

Die Seitenlängen des Würfels für die Konstruktion sind gegeben.

c)



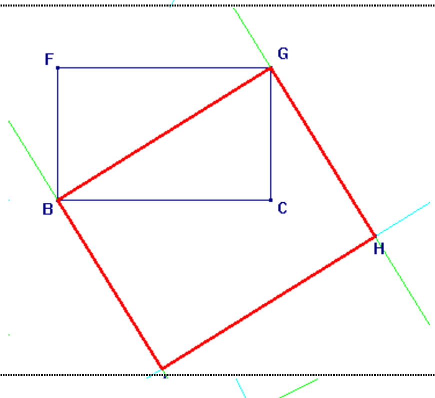
Zuerst konstruieren wir die Vorderfläche (Quadrat)

Danach bestimmen wir die Seitenmitte M_1 (Mitte von BF)

Anschliessend Senkrechte zu M_1E mit Würfelkantenlänge abtragen und vervollständigen.

Die Seitenlängen des Würfels für die Konstruktion sind gegeben.

d)

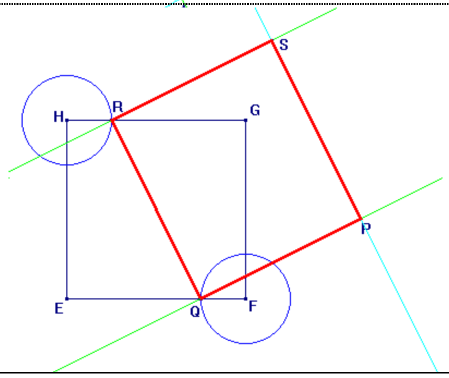


Zuerst konstruieren wir die Seitenfläche BCGF in wahrer Grösse. Danach verbinden wir GB und legen eine Senkrechte dazu.

Abtragen der Quaderlänge AB von B aus auf der Senkrechten und vervollständigen.

Die Seitenlängen des Quaders für die Konstruktion sind gegeben.

e)



Zuerst konstruieren wir die Deckfläche (Quadrat) (oder Grundfläche)

Danach tragen wir den gegebenen 1cm von H und von F aus ab → so finden wir R und Q.

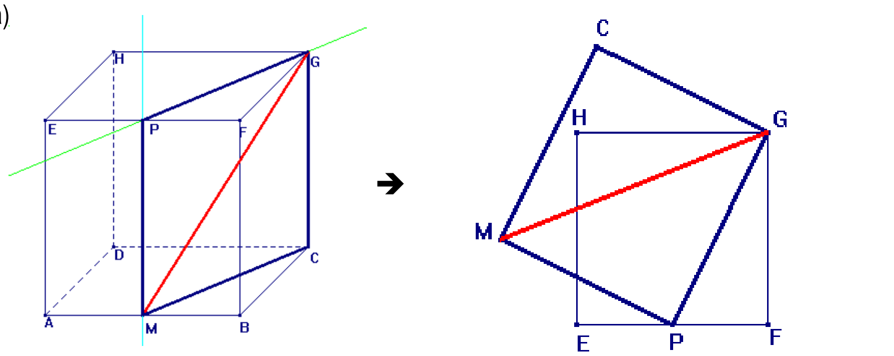
Anschliessend Senkrechte zu RQ mit Würfelkantenlänge abtragen und vervollständigen.

Die Seitenlängen des Würfels für die Konstruktion sind gegeben.

Seiten 17 / 18

Konstruktion von Flächen und Strecken in wahrer Form und Grösse (Lösungen sind verkleinert gezeichnet)

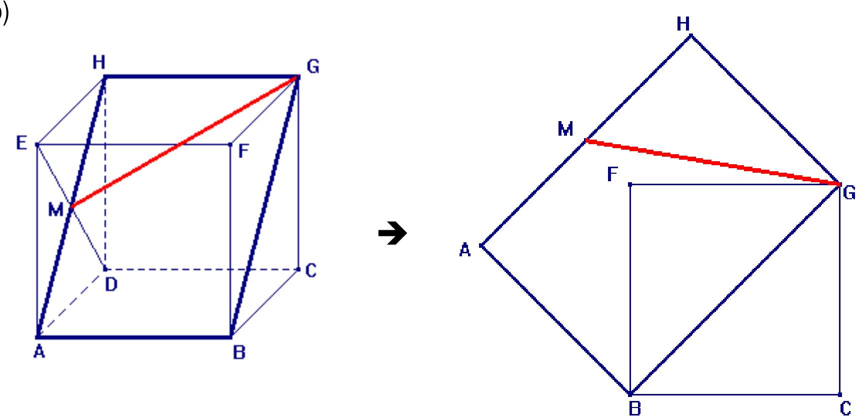
3 a)



Zuerst betten wir die gesuchte Strecke in eine passende Ebene ein (Hier BPGC).

Diese Ebene konstruieren und dann die gesuchte Strecke einzeichnen.

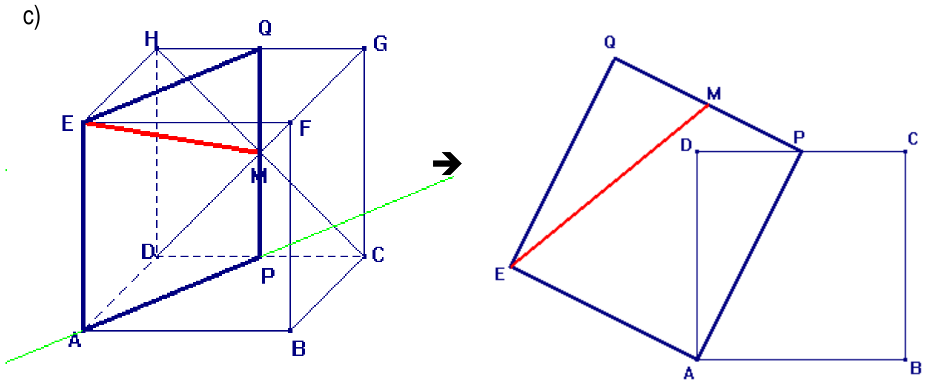
b)



Zuerst betten wir die gesuchte Strecke in eine passende Ebene ein (Hier ABGH).

Diese Ebene konstruieren, die Strecke AH halbieren (=M) und dann die gesuchte Strecke einzeichnen.

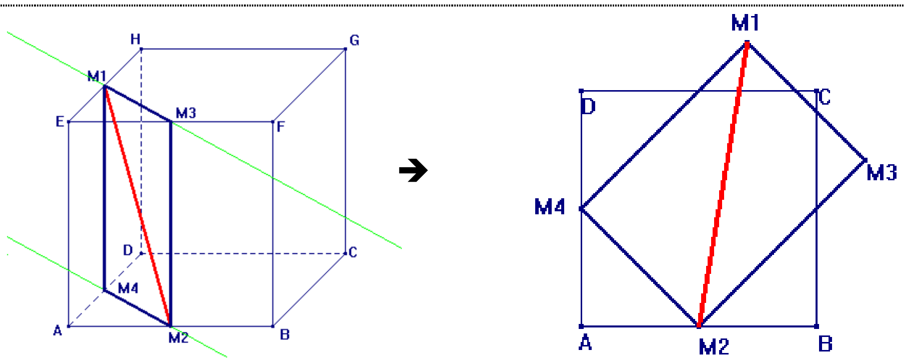
c)



Zuerst betten wir die gesuchte Strecke in eine passende Ebene ein (Hier z.B. EAPQ).

Diese Ebene konstruieren, die Strecke PQ halbieren (=M) und dann die gesuchte Strecke einzeichnen.

d)



Zuerst betten wir die gesuchte Strecke in eine passende Ebene ein (Hier z.B. $M_1M_2M_3M_4$).

Diese Ebene konstruieren und dann die gesuchte Strecke einzeichnen.