

Seiten 9 / 10 / 11

Aufgaben Ähnlichkeit

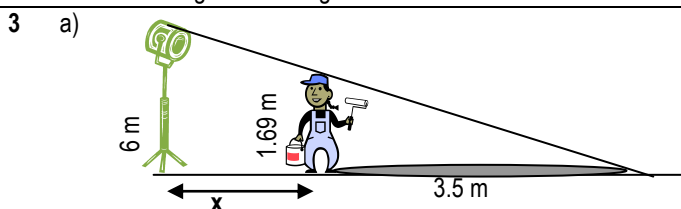
1 Vorbemerkung: Alle abgebildeten Dreiecke sind ähnlich (weil sie lauter gleiche Winkel haben). Also gilt jeweils:

$$\frac{\text{kurze Seite Dreieck 1}}{\text{kurze Seite Dreieck 2}} = \frac{\text{lange Seite Dreieck 1}}{\text{lange Seite Dreieck 2}} = \frac{\text{Basis Dreieck 1}}{\text{Basis Dreieck 2}}$$

- a) $\frac{14}{8} = \frac{x}{18} \rightarrow 8x = 14 \cdot 18 \rightarrow x = \frac{14 \cdot 18}{8} \rightarrow x = 31.5$ $\frac{8}{14} = \frac{y}{21} \rightarrow 15y = 21 \cdot 8 \rightarrow y = \frac{8 \cdot 21}{14} \rightarrow y = 12$
- b) $\frac{x}{12} = \frac{40}{16} \rightarrow 16x = 40 \cdot 12 \rightarrow x = \frac{40 \cdot 12}{16} \rightarrow x = 30$ $\frac{16}{40} = \frac{y}{22} \rightarrow 40y = 22 \cdot 16 \rightarrow y = \frac{22 \cdot 16}{40} \rightarrow y = 8.8$
- c) $\frac{x}{30} = \frac{36}{48} \rightarrow 48x = 30 \cdot 36 \rightarrow x = \frac{30 \cdot 36}{48} \rightarrow x = 22.5$ $\frac{48}{36} = \frac{y}{54} \rightarrow 36y = 48 \cdot 54 \rightarrow y = \frac{48 \cdot 54}{36} \rightarrow y = 72$
- d) $\frac{x}{36} = \frac{35}{45} \rightarrow 45x = 35 \cdot 36 \rightarrow x = \frac{35 \cdot 36}{45} \rightarrow x = 28$ y mit Pythagoras: $y = \sqrt{45^2 - 36^2} = 27$
z mit Pythagoras: $z = \sqrt{35^2 - 28^2} = 21$ (ginge auch mit Ähnlichkeit)
- e) $\frac{x}{36} = \frac{40}{32} \rightarrow 32x = 40 \cdot 36 \rightarrow x = \frac{40 \cdot 36}{32} \rightarrow x = 45$ $\frac{y}{37} = \frac{32}{40} \rightarrow 40y = 37 \cdot 32 \rightarrow y = \frac{37 \cdot 32}{40} \rightarrow y = 29.6$

2 a) $\frac{x}{100} = \frac{144}{120} \rightarrow 120x = 144 \cdot 100 \rightarrow x = \frac{144 \cdot 100}{120} \rightarrow x = 120$

- b) $\frac{x}{2.1} = \frac{1.2}{4.6} \rightarrow 4.6x = 2.1 \cdot 1.2 \rightarrow x = \frac{2.1 \cdot 1.2}{4.6} \rightarrow x = 0.55$ $\frac{y}{6} = \frac{2.1+x}{2.1} \rightarrow 2.1y = 6 \cdot 2.8 \rightarrow y = \frac{6 \cdot 2.8}{2.1} \rightarrow y = 8$
- c) $\frac{x}{4} = \frac{1.5}{2.5} \rightarrow x = \frac{4 \cdot 1.5}{2.5} \rightarrow x = 2.4$ $\frac{y}{7} = \frac{2.5}{2.5+1.5} \rightarrow y = \frac{2.5 \cdot 7}{4} \rightarrow y = 4.375$ $\frac{z}{7} = \frac{6}{4} \rightarrow z = \frac{6 \cdot 7}{4} \rightarrow z = 10.5$
- d) $\frac{x}{25} = \frac{12}{16} \rightarrow x = \frac{25 \cdot 12}{16} \rightarrow x = 18.75$ $\frac{y}{30} = \frac{16}{25} \rightarrow y = \frac{16 \cdot 30}{25} \rightarrow y = 19.2$
- e) $\frac{x}{9f} = \frac{5g}{6g} \rightarrow x = \frac{5g \cdot 9f}{6g} \rightarrow x = 7.5f$ $\frac{y}{6g} = \frac{12f}{8g} \rightarrow y = \frac{6g \cdot 12f}{8g} \rightarrow y = 9f$



Nach 2. Strahlensatz gilt:

$$\frac{x+3.5}{6} = \frac{3.5}{1.69} \quad || \cdot \text{HN}$$

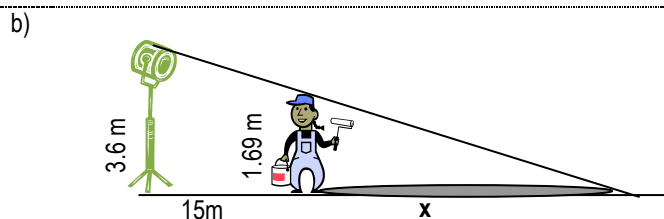
$$1.69(x+3.5) = 6 \cdot 3.5 \quad || \text{vereinfachen}$$

$$1.69x + 5.915 = 21 \quad || -5.915$$

$$1.69x = 15.085 \quad || : 1.69$$

$$x = 8.926$$

Der Scheinwerfer steht 8.926m entfernt.



Nach 2. Strahlensatz gilt:

$$\frac{x+15}{3.6} = \frac{x}{1.69} \quad || \cdot \text{HN}$$

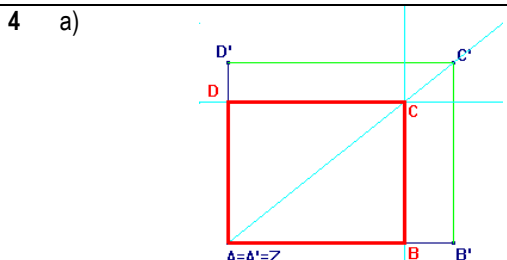
$$1.69(x+15) = 3.6 \cdot x \quad || \text{vereinfachen}$$

$$1.69x + 25.35 = 3.6x \quad || -1.69x$$

$$25.35 = 1.91x \quad || : 1.91$$

$$x = 13.2725$$

Der Schatten wird 13.27m lang.



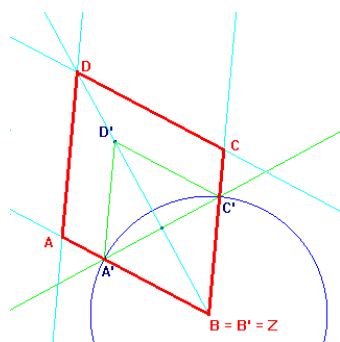
- Konstruktionsbericht:
- Hilfsrechteck mit Seitenlängen 4cm und 5cm (richtiges Seitenverhältnis)
 - Auf der Diagonale von A aus 5cm abmessen \rightarrow C
 - Strecken des Hilfsrechteckes (Parallelverschieben durch C)
 - Lösung rot markieren

(Lösung ist verkleinert gezeichnet)

Seiten 11 / 12 / 13

Aufgaben Ähnlichkeit

4 b)

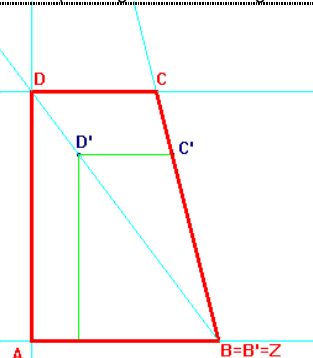


(Lösung ist verkleinert gezeichnet)

Konstruktionsbericht:

1. Diagonale $BD' = 5\text{cm}$
2. Mittelsenkrechte auf diese Diagonale (Im Rhombus stehen die Diagonalen senkrecht aufeinander)
3. $k(B, r=3\text{cm}) \cap$ Mittelsenkrechte $\rightarrow C', A'$
 \rightarrow Hilfsrhombus mit Verhältnis 5:3 von $B'D'$ zu $B'C'$
4. Auf der Diagonale BD 7cm abmessen (dies ist, wie man sieht, die längere Diagonale) $\rightarrow D$
5. Strecken des Hilfsrhombus ($D'C' \parallel$ durch D und $D'A' \parallel$ durch D , mit dem Strahl BC' resp. BA' schneiden)
6. Lösung rot markieren

c)



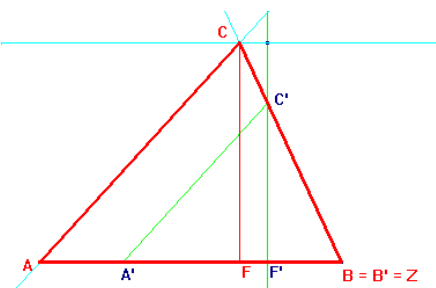
(Lösung ist verkleinert gezeichnet)

Konstruktionsbericht:

1. Hilfstrapez zeichnen (rechtwinklig, Paralleelseiten verhalten sich wie 3:2, Höhe zur kürzeren Paralleelseite wie 2:1 \rightarrow Also längere Paralleelseite 3cm, kürzere 2cm, Höhe 4cm.)
2. Auf zweiter Schrägseite 5.5 cm abmessen $\rightarrow C$
3. Strecken des Hilfstrapezes an B .
4. Lösung rot markieren

\rightarrow Hier wäre auch eine „umgekehrte Lösung denkbar, wo der rechte Winkel bei B liegt.

d)

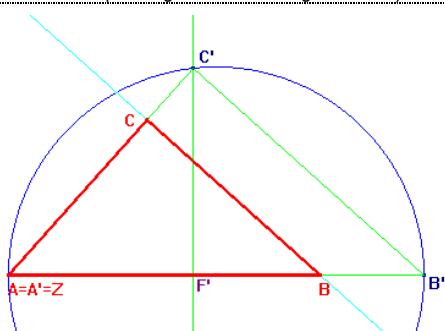


(Lösung ist verkleinert gezeichnet)

Konstruktionsbericht:

1. Hilfsdreieck zeichnen (Winkel $\beta = 65^\circ$, $A'B' = 5\text{cm}$, $B'C' = 4\text{cm}$)
2. Im Hilfsdreieck die Höhe einzeichnen ($\rightarrow F'$)
3. Einen Höhenstreifen \parallel zu $A'B'$ mit Abstand 5cm (für die Höhe des gesuchten Dreiecks)
4. Strecken des Hilfsdreiecks an B ($BC' \cap$ Höhenstreifen = C , danach $A'C'$ durch C parallel verschieben $\rightarrow A$).
5. Lösung rot markieren

e)

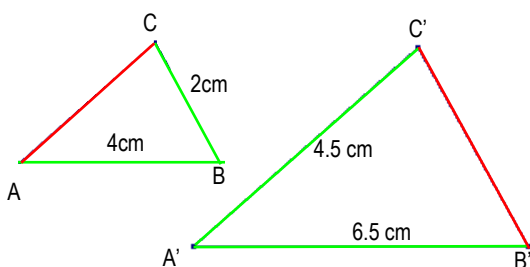


(Lösung ist verkleinert gezeichnet)

Konstruktionsbericht:

1. Hilfshypotenuse mit Länge 9cm zeichnen (wegen Teilverhältnis 4:5), darauf den Punkt F' ($A'F' = 4\text{cm}$, $F'B' = 5\text{cm}$)
2. Höhe als Senkrechte auf Hypotenuse einzeichnen und mit Thaleskreis über $A'B'$ schneiden $\rightarrow C'$
3. Das Hilfsdreieck ist fertig
4. Auf der kürzeren Kathete 4.5cm abtragen $\rightarrow C$
5. Hilfsdreieck an A strecken ($B'C' \parallel$ durch $C \rightarrow B$)
6. Lösung rot markieren.

5 a) Skizze:



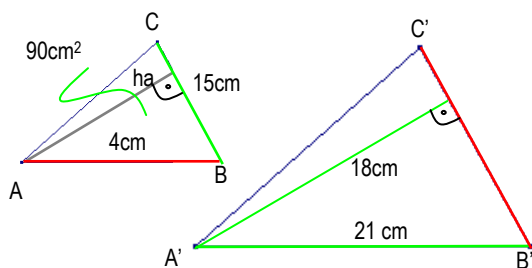
Wegen der Ähnlichkeit gilt: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$

$$1. \quad AC: \frac{AC}{4.5} = \frac{4}{6.5} \rightarrow AC = \frac{4 \cdot 4.5}{6.5} = 2.769\text{cm}$$

$$2. \quad B'C': \frac{B'C'}{2} = \frac{6.5}{4} \rightarrow B'C' = \frac{2 \cdot 6.5}{4} = 2.889\text{cm}$$

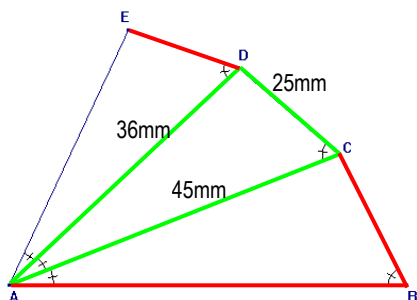
Seiten 13 / 14
Aufgaben Ähnlichkeit

5 b) Skizze:



1. h_a berechnen (damit man zugeordnete Verhältnisse erhält) $\rightarrow A_{\triangle ABC} = \frac{h_a \cdot 15}{2} \rightarrow$ Also $h_a = 180 : 15 = 12 \text{ cm}$
2. $AB: \frac{AB}{21} = \frac{12}{18} \rightarrow AB = \frac{21 \cdot 12}{18} = 14 \text{ cm}$
3. $B'C': \frac{B'C'}{15} = \frac{18}{12} \rightarrow B'C' = \frac{15 \cdot 18}{12} = 22.5 \text{ cm}$

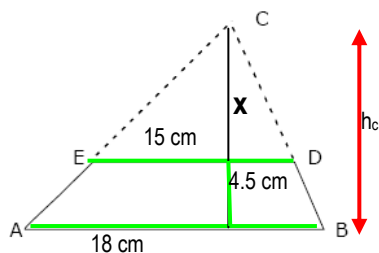
6



Alle Dreiecke sind ähnlich (gleiche Winkel)

1. Es gilt: $\frac{AB}{45} = \frac{45}{36} \rightarrow AB = \frac{45 \cdot 45}{36} = 56.25 \text{ mm}$
2. Ebenso: $\frac{BC}{25} = \frac{45}{36} \rightarrow BC = \frac{25 \cdot 45}{36} = 31.25 \text{ mm}$
3. und $\frac{ED}{36} = \frac{25}{45} \rightarrow ED = \frac{25 \cdot 36}{45} = 20 \text{ mm}$
4. **Damit ist der Streckenzug**
 $ABCDE = 56.25 + 31.25 + 25 + 20 = 132.5 \text{ mm}$

7 a)

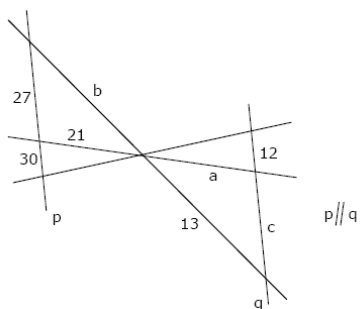


Dies ist eine Strahlensatzfigur (1. Strahlensatz).
Daher gilt:

$$\begin{aligned} \frac{x + 4.5}{18} &= \frac{x}{15} && \parallel \bullet \text{HN (90)} \\ 5(x + 4.5) &= 6x && \parallel \vee \\ 5x + 22.5 &= 6x && \parallel - 5x \\ 22.5 &= x \end{aligned}$$

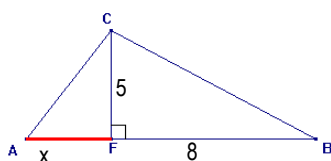
Das Dreieck war 27cm hoch ($h_c = x + 4.5$).

b)



1. Es gilt: $\frac{21}{30} = \frac{a}{12} \rightarrow a = \frac{21 \cdot 12}{30} = 8.4$
2. Ebenso: $\frac{c}{a} = \frac{27}{21} \rightarrow c = \frac{8.4 \cdot 27}{21} = 10.8$
3. und $\frac{b}{21} = \frac{13}{a} \rightarrow ED = \frac{21 \cdot 13}{8.4} = 32.5$

c)



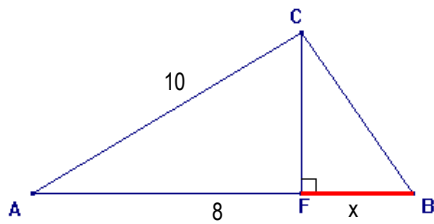
Die Dreiecke AFC und CFB sind ähnlich. Dabei haben die Seiten folgende Funktion:
AF: kurze Kathete im Dreieck AFC
CF: kurze Kathete im Dreieck BFC und lange Kathete im Dreieck AFC
FB: lange Kathete im Dreieck BFC.
Also gilt: $\frac{\text{kurze Kathete}}{\text{lange Kathete}} = \frac{\text{kurze Kathete}}{\text{lange Kathete}} \rightarrow \frac{AF}{CF} = \frac{CF}{FB}$

somit: $\frac{x}{5} = \frac{5}{8} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 5}{8} = 3.125$

Seiten 14 / 15 / 16

Aufgaben Ähnlichkeit

5 d)



Die Dreiecke AFC und BFC sind ähnlich. Dabei haben die Seiten folgende Funktion:
 AF: kurze Kathete im Dreieck AFC
 CF: kurze Kathete im Dreieck BFC und lange Kathete im Dreieck AFC
 FB: lange Kathete im Dreieck BFC.
 AC: Hypotenuse im Dreieck AFC
 CB: Hypotenuse im Dreieck BFC

Mit Pythagoras lässt sich die Seite CF berechnen:

$$CF = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

Durch Ähnlichkeit gilt:

$$\frac{\text{kurze Kathete}}{\text{lange Kathete}} = \frac{\text{kurze Kathete}}{\text{lange Kathete}} \rightarrow \frac{CF}{AF} = \frac{BF}{CF}$$

$$\text{somit: } \frac{6}{8} = \frac{x}{6} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 6}{8} = 4.5$$

8 a) Das Flächenverhältnis beträgt 3 : 9. Dies entspricht dem Verhältnis 1 : 3.
 Das heisst, dass das Seitenverhältnis = $\sqrt{1} : \sqrt{3}$ und damit

Seitenverhältnis = 1 : $\sqrt{3}$ → Der Streckfaktor ist also $k = \sqrt{3}$

b) Das grössere Quadrat hat eine Fläche von 100cm². Also ist die Seitenlänge im grossen Quadrat = $\sqrt{100} = 10$

Das Seitenverhältnis ist 3:5, somit gilt $\frac{3}{5} = \frac{x}{10}$, also **x = 6 cm**.

anderer Weg:

Seitenverhältnis 3:5 → Flächenverhältnis 9 : 25. Somit ist die Fläche des kleinen Quadrates 36cm². Also x = 6cm

Das kleinere Quadrat hat eine Seitenlänge von 6cm.

c) Seitenverhältnis: 3 : 6 → Flächenverhältnis 9 : 36.

Das grössere Rechteck hat 504cm² Fläche und eine Seite von 42cm. Also ist die andere Seite = 504 : 42 = 12cm.

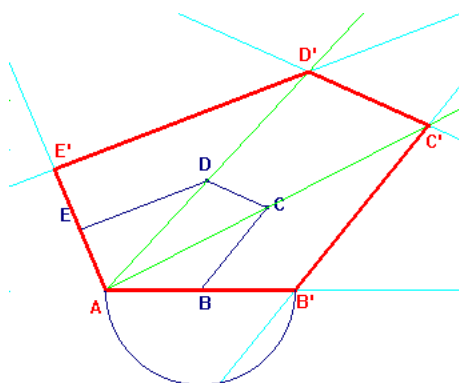
Entsprechend die Seitenlängen im kleinen Rechteck:

$$\frac{3}{6} = \frac{\text{Länge}}{42} \rightarrow \text{Länge} = 21\text{cm} \quad \frac{3}{6} = \frac{\text{Breite}}{12} \rightarrow \text{Breite} = 6\text{cm}$$

Somit hat das kleine Rechteck die Länge 21cm und die Breite 6cm.

Das Flächenverhältnis entspricht 9:36 oder 1:4

9 a)



Idee:

Vierfache Fläche heisst doppelte Seitenlänge (weil Flächenverhältnis 1:4 → Seitenverhältnis 1:2)

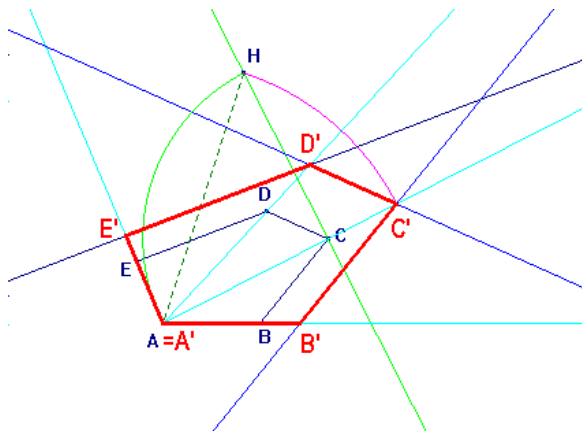
Konstruktionsbericht:

1. AB verdoppeln → B'
2. Figur von A aus strecken (mit Parallelverschieben zur Lösung kommen!)
3. Lösung rot markieren

Seiten 16

Aufgaben Ähnlichkeit

9 b)



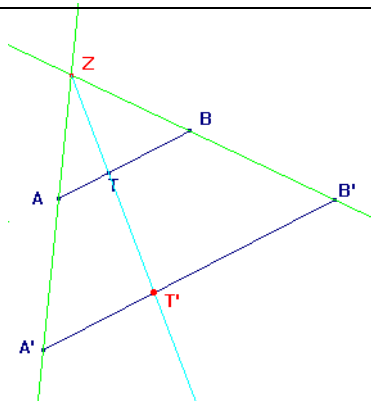
Idee:

Doppelte Fläche heisst $\sqrt{2}$ -fache Seitenlänge (weil Flächenverhältnis 1:2 \rightarrow Seitenverhältnis $1:\sqrt{2}$). eine um $\sqrt{2}$ längere Strecke kann mittels Diagonale im Quadrat konstruiert werden (siehe Pythagoras, „Die Diagonale im Quadrat“)

Konstruktionsbericht:

1. halbes Quadrat zeichnen (hier z.B. über AC \rightarrow ergibt Punkt H. Die Strecke AH ist jetzt $\sqrt{2}$ länger als AC.
2. AH auf dem Strahl AC abtragen \rightarrow C'
3. Figur strecken (Parallelverschieben ausnützen)
4. Lösung rot markieren.

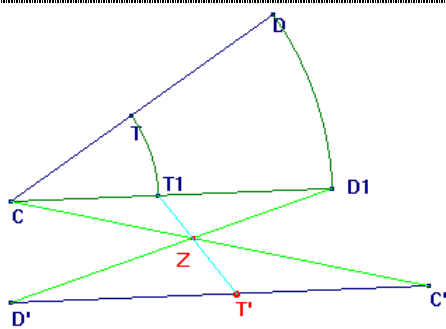
10 a)



Konstruktionsbericht:

1. AA' und BB' schneiden \rightarrow Z
2. TZ mit A'B' schneiden \rightarrow T'

b)



Konstruktionsbericht:

1. Parallele zu D'C' durch C
2. T und D auf die Parallele drehen (\rightarrow Zentrische Streckung funktioniert nur bei parallelen Geraden, also bringen wir die Strecke CD in eine parallele Lage zu C'D').
3. D1 mit D' und CC' verbinden, schneiden \rightarrow Z
4. T1 mit Z verbinden, mit C'D' schneiden \rightarrow T'